



УДК 519.6

ОСОБЕННОСТИ РЕШЕНИЯ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ С ДИСКРЕТНЫМИ ПЕРЕМЕННЫМИ И АНАЛИТИЧЕСКИ ФУНКЦИОНАЛЬНЫМИ ЗАВИСИМОСТЯМИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

Д.В. Алдущенко darya.aldushchenko@mail.ru

ФГАОУ ВО «Северо-Кавказский федеральный университет», г. Ставрополь

В данной статье рассматриваются особенности решение многокритериальной задачи с дискретными переменными и аналитически функциональными зависимостями показателей; условия применения метода ветвей и границ к задаче управления формой сигнала в системе связи с искажениями и помехами. Ставится вопрос о нахождении множества Парето в области критериев. Графически представим критериальное пространство конкретной задачи. Анализируются результаты экспериментальных исследований.

Ключевые слова: многокритериальная задача, метод ветвей и границ, множество Парето.

FEATURES OF THE SOLUTION OF A MULTICRITERIA PROBLEM WITH DISCRETE VARIABLES AND ANALYTICAL FUNCTIONAL DEPENDENCY INDICATORS

D.V. Aldushchenko

North Caucasus Federal University, Stavropol

This article discusses the features of solving a multicriteria problem with discrete variables and analytically functional dependencies of indicators; conditions for applying the branch and bound method to the problem of controlling the waveform in a communication system with distortions and interference. It raises the question of finding the Pareto set in the area of criteria. Graphically represent the criterial space of a specific task. The results of experimental studies are analyzed.

Keywords: multicriteria problem, branch and bound method, Pareto set.

Рассматривая пример решения задачи методом Парето мы должны обратить внимание на временные и энергоемкие затраты так как при применении данного метода мы должны рассматривать все точки полученные на плоскости, проводить оценку для каждой из этих точек в зависимости от наложенных ограничений. Целесообразно найти такой способ решения задач, при котором число шагов при нахождении решения будет уменьшено.

Рассмотрим способ построение и выбора оптимального решения графическим путем. Для этого возьмем конкретный пример для рассмотрения. Произведем расчет коэффициентов задачи при определенных ограничениях и различных кодовых структурах при $i = \overline{1,10}$. Чтобы выбрать оптимальное решения нам необходимо нанести все полученные точки на график и после этого оценить наилучший или наихудший вариант рассматривая каждую точку в отдельности. При условиях, когда i достаточно мало как в рассматриваемом варианте это сделать, возможно. Но в тоже время это процедура является сложной, хотя и наглядной. Причем она не позволяет точно ответить на вопрос чему же равно оптимальное решение. В случаях когда i велико даже расстановка точек на плоскости окажется сложным процессом требующим больших временных затрат.

Оптимизацию структуры сигнала целесообразно проводить по показателю достоверности передачи сигналов в виде вероятности ошибки поэлементного приема $p(\lambda_r^2, g_r^2)$ [1]. В этом случае оптимизационная задача имеет вид:

$$p[\lambda_r^2(A), g_r^2(A)] \rightarrow \min_{\Omega_A}$$



При осуществлении полного перебора кодовых структур из множества Ω_A при расчете $p[\lambda_r^2(A), g_r^2(A)]$ путем постоянного изменения параметров[2], от которых зависят функции, решим каждую из полученных подзадач, получим различные точки Парето-фронта.

На рисунке 1 изображен Парето-фронт рассматриваемого случая, где мы наглядно видим доминирующие и несравнимые решения.

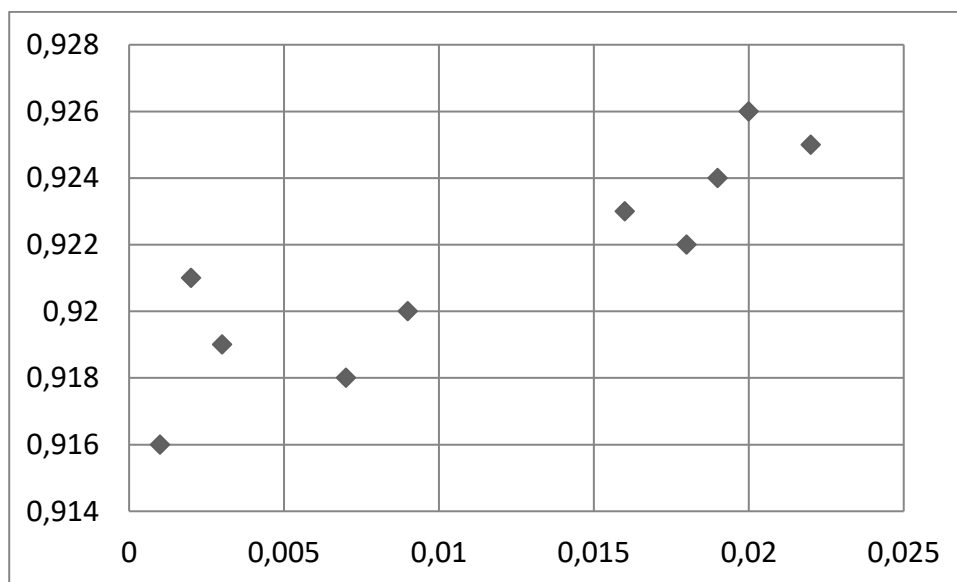


Рис. 1 Парето-фронт

Рассуждая о применении принципа Парето для решения задач многокритериальной оптимизации опишем главные принципы нахождения решения. Метод Парето позволяет сократить вычисления путем исключения неперспективных решений из имеющегося множества. Это необходимо для того, чтобы отбросить заранее не верные решения, что бы сузить, в большинстве случаев, большое множество к лучшему результату до единственного решения.

Рассмотрим алгоритм построения множества недоминируемых решений:

Шаг 1. Решение A_1 необходимо поочередно сравнивать со всеми имеющимися альтернативами, опираясь на цели и задачи лица принимающего решение(ЛПР). Далее при наличии менее перспективной альтернативы, доминируемая (неперспективная) удаляется из имеющегося множества, а доминирующая на данный момент альтернатива сравнивается с оставшимися. Если не находится решения, которое было бы доминирующим по отношению к рассмотренному выше (оставленной для дальнейшего сравнения), то оно переходит в множество неперспективных решений. В случае нахождения удаляем менее предпочтительную.

Шаг 2. Данный шаг полностью повторяет процедуру, проведенную на первом шаге. Но сравнение мы будем начинать с другого претендента. В результате имеем либо удаление претендента, либо переносим его во множество недоминируемых решений, на данном этапе существует третий вариант оставления претендента в исходном множестве.

В итоге мы получаем не пустое множество возможных решений.



Логично поставить вопрос о сравнении двух решений выбранных произвольным образом. Здесь мы будем применять описанную В. Д. Ногиным [3] аксиому Парето. Которая рассматривает аксиоматический подход к решению проблемы сужения множества Парето на основе определённой числовой информации об отношении предпочтения лица, принимающего решение. Его применение предполагает принятие определённых четырёх аксиом «разумного» поведения ЛПР в процессе принятия решений. Предполагается, что в дополнение к указанным аксиомам известны некоторые сведения об отношении предпочтения ЛПР (т.н. «кванты» информации). На основе этих сведений можно сократить множество Парето и, тем самым, облегчить последующий выбор выбираемых решений. Сформулируем сами аксиомы:

1. (аксиома исключения доминируемых векторов). Для любой пары векторов $y', y'' \in Y$, удовлетворяющих соотношению $y' \succ_Y y''$, выполнено $y'' \notin C(Y)$.

2. (аксиома существования транзитивного продолжения). Для отношения $\succ_Y$ существует иррефлексивное и транзитивное продолжение на всё пространство R^m , обозначаемое далее символом $\succ$.

3. (аксиома согласования). Каждый из критериев $f_1, f_2, \dots, f_m$ согласован с отношением предпочтения $\succ$.

4. (аксиома инвариантности). Отношение предпочтения $\succ$ является инвариантным относительно линейного положительного преобразования, т.е. имеют место свойства

- Аддитивности, т.е. из выполнения $y' \succ y''$ всегда следует $(y' + c) \succ (y'' + c)$ для любого вектора $c \in R^m$;
- Однородности, означающее, что из выполнения $y' \succ y''$ всегда следует $\lambda y' \succ \lambda y''$ для любого положительного числа λ .

Четвертая аксиома говорит о линейности отношения предпочтения. Чтобы сохранить математический подход к сужению множества Парето и В. Д. Ногин обосновывает ослабления требований аксиомы 4.

Проведя анализ переменных способом описанным выше мы получим Парето-оптимальное множество решений из которого лицо принимающее решение сделает вывод в пользу того или иного решения.

Список цитируемой литературы

1. Тюхтина А.А. Методы дискретной оптимизации: Часть 1: Учебно-методическое пособие. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2014. – 62 с
2. <https://steptosleep.ru/задача-нелинейного-программирования/#i-15>
3. Ногин В. Д. Границы применимости аксиоматического подхода к сужению множества // International Journal “Information Theories and Applications”, Vol. 21, Number 3, 2014