ISSN 2658 – 7505
Выпуск №6, 2019
Электронный научный журнал «Вестник молодёжной науки России»

УДК 621.3.011.7:519.612

НОВЫЙ МЕТОД ТОПОЛОГИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ПРИ СТРУКТУРНЫХ ИЗМЕНЕНИЯХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

Н.С. Савёлов, *savelovn@mail.ru*, ***С.А. Гречаный***, *grechanysa@mail.ru*,
И.С. Лебедев, *LebedevBK@outlook.com*
Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ)
имени М.И. Платова, г. Новочеркасск

Предложен новый метод топологического анализа электрических цепей при их структурных изменениях. Предложенный метод обеспечивает существенное сокращение вычислительных затрат при топологическом анализе электрических цепей, формируемых на основе их объединения. Этот метод может использоваться многократно, при каждом очередном объединении цепей, причем число таких объединений не ограничивается. Новый метод является развитием ранее предложенного авторами метода, что также позволяет после каждого объединения эффективно корректировать топологические матрицы после менее сложных изменений топологии, таких как добавление элемента к цепи, исключение элемента из цепи, изменение приоритета элемента, переход ветви из дерева графа в дополнение и из дополнения в дерево. Предложенный метод сокращает вычислительные затраты при синтезе математических моделей электрических цепей.

Ключевые слова: электрические цепи, топологический анализ, объединение цепей, синтез математических моделей, сокращение вычислительных затрат.

A NEW METHOD OF TOPOLOGICAL ANALYSIS AFTER STRUCTURAL CHANGES OF ELECTRICAL CIRCUITS

N.S. Savelov, S.A. Grechany, I.S. Lebedev
Platov South-Russian State Polytechnic University (NPI), Novocherkassk

A new method of topological analysis of electrical circuits after their structural changes was proposed. The proposed method provides a significant reduction in computing costs for topological analysis of electrical circuits that are formed when they are combined. This method can be used repeatedly after each next stage of the combination of circuits, and the number of such combinations is not limited. The new method is a development of the method previously proposed by the authors. This makes possible to effectively correction of topological matrices for each combination after less complicated topology changes: adding an element to the circuit, removing an element from the circuit, changing the priority of an element, dragging of a branch from the tree graph to addition and from the addition to the tree. The proposed method reduces computational costs in the synthesis of mathematical models of electrical circuits.

Keywords: electrical circuits, topological analysis, combination of circuits, synthesis of mathematical models, reduction of computational costs.

Топологический анализ электрических цепей занимает одно из наиболее важных мест в анализе и синтезе электротехнических устройств, моделируемых электрическими цепями [1 – 9]. Применительно к электрическим цепям топологический анализ во многих случаях основывается на преобразовании матриц типа (±1, 0), элементы которых принимают значения 0, +1, -1 [1, 2].

Существенные преимущества при анализе электрических цепей обеспечивает использование новой модификации метода исключения Гаусса [9 – 12]. Использование указанной модификации резко сокращает вычислительные затраты на переформирование топологических матриц после различных изменений топологии [8]: добавление элемента в цепь, исключение элемента из цепи, изменение приоритета элемента, переход элемента из дерева в дополнение и обратный переход. Обобщая использован-

ISSN 2658 – 7505
Выпуск №6, 2019
Электронный научный журнал «Вестник молодёжной науки России»

ный при этом подход, изложим предлагаемый метод топологического анализа, ориентированный на существенно более сложные изменения топологии, такие как многократное объединение цепей. При этом и для каждой отдельной, и для объединенной цепи сохраняется возможность эффективной коррекции топологических матриц после указанных выше менее сложных изменений.

Опишем предлагаемый метод на примере объединения двух цепей.

Обозначим через $A1$ и $A2$ редуцированные матрицы инциденций соответственно цепи 1 и цепи 2. Через $A3$ обозначим редуцированную матрицу инциденций цепи 3, полученной после объединения цепей.

Через $F1$, $F2$ обозначим дополнительные матрицы, соответствующие цепи 1 и цепи 2 и полученные после применения выражений для первоначального топологического анализа с преобразованием строк в образующие [8], а через $F3$ – дополнительную матрицу, соответствующую объединенной цепи. Обозначим через $F3^m$, $f3_i^m$, соответственно, матрицу $F3$ и её i-ю строку после m-го преобразования.

Для формирования редуцированной матрицы инциденций объединённой цепи используем подматрицы матриц $A1$ и $A2$, применяя индексы t и l для обозначения подматриц, соответствующих дереву и дополнению.

Рассмотрим вариант объединения двух цепей, при котором опорные узлы не объединяются и используются две новые ветви для связи цепей. Предполагается, что после объединения в качестве опорного используется или опорный узел цепи 1, или опорный узел цепи 2.

Для рассматриваемого варианта предлагается использовать структуру матрицы $A3$, показанную на рис. 1.

$$\begin{bmatrix} A1_t & 0 & & A1_l & 0 & \\ 0 & A2_t & c1 & 0 & A2_l & c2 \\ & s & & & & \end{bmatrix}$$

Рис. 1. Структура матрицы *A*3

Через $c1$ и $c2$ обозначены столбцы, а через s – строка матрицы $A3$.

Обозначим через $k1$, $k2$, $k3$, соответственно, число узлов цепи 1, 2 и 3. Тогда дерево цепи 1 будет содержать ветви в количестве $k1-1$, цепи 2 – в количестве $k2-1$ и цепи 3 – в количестве $k3-1$ [1]. В рассматриваемом случае $k1+k2=k3$, откуда следует, что дерево объединенной цепи должно содержать ветви в количестве $k1+k2-1$. Поэтому одна новая ветвь войдет в дерево графа, а вторая – в дополнение. Принимаем, что новой ветви с более высоким приоритетом соответствует столбец $c1$, а второй новой ветви – столбец $c2$. Строка s соответствует узлу объединенной цепи, который был опорным одной из исходных цепей.

Для рассматриваемого варианта предлагается структура исходной матрицы $F3^0$, показанная на рис. 2.

$$\begin{array}{cc} & \begin{matrix} & & cf3^0_{k3-1} \end{matrix} \\ \begin{matrix} \\ \\ \\ f3^0_{k3-1} \end{matrix} & \begin{bmatrix} F1 & 0 & 0 \\ & & \dots \\ 0 & F2 & 0 \\ 0\ \dots & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

ISSN 2658 – 7505
Выпуск №6, 2019
Электронный научный журнал «Вестник молодёжной науки России»

Рис. 2. Исходная структура матрицы *F*3

Дополнительная строка $f3^0_{k3-1}$ и дополнительный столбец $cf3^0_{k3-1}$ являются строкой и столбцом единичной матрицы порядка $k3-1$.

Преобразования $F3$ выполняются в 3 этапа.

Этап 1.

При поочередном обращении к столбцам матрицы $A3$, начиная с первого и заканчивая столбцом с номером $(k3-2)$, выполняются преобразования строки $f3^m_{k3-1}$, $m=\overline{0,k3-3}$ с учетом равенства $f3^m_{m+1}a3_{m+1}=1$ (предполагается, что используются образующие строки матриц $F1$ и $F2$): $f3^{m+1}_{k3-1}=f3^m_{k3-1}-pf3^m_{m+1}$, $p=f3^m_{k3-1}a3_{m+1}$, где $p\in\{-1,0,1\}$.

Можно заметить, что после этих преобразований строка $f3^{k3-2}_{k3-1}$ оказывается ортогональной к каждому из $k3-2$ первых столбцов матрицы $A3$.

Этап 2.

Строка $f3^{k3-2}_{k3-1}$ преобразуется в образующую для столбца $c1$ в соответствии с выражением

$$f3_{k3-1,o}=(f3^{k3-2}_{k3-1}c1)f3^{k3-2}_{k3-1}. \tag{1}$$

Для обоснования возможности использования выражения (1) была сформулирована и доказана следующая лемма.

Лемма. Произведение $f3^{k3-2}_{k3-1}c1$ может принимать только два значения: +1 и -1.

Этап 3.

Преобразуются все строки матрицы $F3$, кроме строки $f3_{k3-1,o}$, в соответствии с выражением

$f3_{i,o}=f3^0_i-pf3_{k3-1,o}$, $i=\overline{1,k3-2}$, где $p=0$ при $f3^0_ic1=0$, $p=1$ при $f3^0_ic1=1$ и $p=-1$ при $f3^0_ic1=-1$.

Можно заметить, что после этого преобразования каждая из строк матрицы $F3$, кроме строки $f3_{k3-1,o}$, оказывается ортогональной к столбцу $c1$, а матрица $F3$ оказывается обратной к $A3_t$. На этом преобразования матрицы $F3$ заканчиваются. Обозначим полученную матрицу через $F3_o$.

Формально для получения матрицы главных сечений $D3$ объединенной цепи можно воспользоваться выражением $D3=F3_oA3$ [4]. Однако, с учетом вышеизложенного, можно заметить, что структура матрицы $D3$ имеет вид, представленный на рис. 3.

ISSN 2658 – 7505
Выпуск №6, 2019
Электронный научный журнал «Вестник молодёжной науки России»

Столбец d, соответствующий новой ветви $l2$, определяется выражением $d = F3_o c2$, а строка sd, соответствующая новому главному сечению, определяемому новой ветвью $l1$, формируется в соответствии с выражением $sd = f3_{k3-1,o} A3$.

$$\begin{array}{r} \\ \\ \\ sd \end{array}\left[\begin{array}{c|c|c|c} & D1_l & 0 & \\ \hline E & 0 & D2_l & \\ \hline & 0 & \ldots \quad 0 & \pm 1 \end{array}\right]\begin{array}{l} \\ d \\ \\ \\ \end{array}$$

Рис. 3. Структура матрицы *D*3

Отметим, что элементы строки sd, расположенные под матрицами $D1_l$ и $D2_l$, являются нулевыми, так как в новое главное сечение войдут только две ветви: $l1$ и $l2$. В соответствии с этим последний элемент строки sd и столбца d может принимать только два значения: ± 1.

Таким образом, для формирования матрицы $D3$ достаточно вычислить произведение $F3_o c2$.

При рассмотрении варианта объединения двух цепей, при котором опорные узлы цепей объединяются и используется одна новая ветвь для их связи, для определения матрицы главных сечений $D3$ объединенной цепи достаточно воспользоваться матрицами главных сечений $D1$ и $D2$, соответствующих цепям 1 и 2, и выполнить умножение матрицы $F3$ на столбец $c1$. На рис. 4 показана структура матрицы $D3$.

$$\left[\begin{array}{c|c|c|c} & D1_l & 0 & \\ \hline E & 0 & D2_l & \end{array}\right]\begin{array}{l} \\ d \\ \end{array}$$

Рис. 4. Структура матрицы *D*3 при использовании одной новой ветви

При этом столбец d определяется выражением $d = F3c1$.

Очевидно, что формирование матриц $D3$ и $B3$ при использовании матриц $D1$ и $D2$ в соответствии с предложенным методом требует существенно меньших вычислительных затрат в сравнении с традиционным подходом, предполагающим формирование топологических матриц для объединенной цепи без использования ранее выполненного топологического анализа для исходных цепей.

Предложенный метод может использоваться многократно, при каждом очередном объединении цепей. После каждого объединения сохраняется возможность эффективной коррекции топологических матриц, описанной в работе [4]. Он применим при различном числе новых ветвей и различных способах выбора опорного узла.

ВЫВОДЫ

1. Предложен новый метод топологического анализа электрических цепей, формируемых на основе их объединения.

2. Метод существенно сокращает вычислительные затраты на топологический анализ после каждого очередного объединения цепей.

Список цитируемой литературы

1. Чуа Л.О., Лин П.-М. Машинный анализ электронных схем: Алгоритмы и вычислительные методы. М.: Энергия. 1980. – С 640.
2. Савёлов Н.С., Павлов В.В. Использование полных исходных систем уравнений для формирования математических моделей электрических цепей с целью контроля и диагностики // Вестник молодежной науки России. 2019. № 2.
3. Буланович Д.И., Полуянович Н.К., Дубяго М.Н. Эквивалентные преобразования в задачах синтеза нелинейных резистивных преобразователей // Вестник молодежной науки России. 2019. № 4.
4. Пахомин С.С., Семенченко И.Г. Моделирование системы управления электропривода на базе бесколлекторного двигателя постоянного тока // Вестник молодежной науки России. 2019. № 3.
5. Автоматизация проектирования радиоэлектронных средств: Учеб. пособие для вузов / О.В. Алексеев, А.А. Головков, И.Ю. Пивоваров и др.; Под ред. О.В. Алексеева. – М.: Высш. шк., 2000. – 479 с.
6. Ruohonen K. Graph Theory [Электронный ресурс] // Конспекты лекций. 2013. URL: http://math.tut.fi/~ruohonen/GT_English.pdf.
7. Савёлов Н.С., Гречаный С.А., Метод топологического анализа электрических цепей с изменяющейся топологией // Изв. вузов. Электромеханика. 2016. №1 (543). С. 5 – 11.
8. Савёлов Н.С. Расчет переходных процессов в предварительно упорядоченных электрических цепях // Изв. вузов. Электромеханика. 1985. №4. С. 85–92.
9. Савёлов Н.С. Формирование уравнений состояния при изменениях в электрических цепях // Изв. вузов. Электромеханика. 1987. № 12. С. 13–18.
10. Савёлов Н.С., Хлынцев С.Г. Развитие метода синтеза электрических цепей// Изв. вузов. Электромеханика. 2015. № 3. С. 11–19.
11. Савёлов Н.С., Ревин М.С. Алгоритм ускоренного повторного решения систем линейных алгебраических уравнений и его использование при математическом моделировании электронных устройств // Научно-технический вестник Санкт-Петербургского государственного университета информационных технологий, механики и оптики. – СПб. гос. ун-т информ. технологии, механики и оптики, 2010. -Т. 66, №2. - С. 37-42.
12. Савёлов Н.С., Лебедев И.С., Повторный многократный анализ электрических цепей без увеличения погрешности // Изв. вузов. Электромеханика. 2016. №3 (545). С. 18 – 24.