



УДК 001.891.572

ПОСТРОЕНИЕ РЕГРЕССИОННОЙ МОДЕЛИ ИЗМЕНЕНИЯ ИМПЕДАНСА НА ЭЛЕКТРОДАХ ПРИ ЭЛЕКТРОИМПЕДАНСНОЙ ТОМОГРАФИИ

П.В. Тяглицова, polina.vladimirovna.t@gmail.com, Н.Д. Наракидзе, ndaaz@mail.ru
Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) имени М.И. Платова,
г. Новочеркасск

В данной статье рассматривается построение модели второго порядка зависимости амплитуды полезного сигнала для дифференциальной реконструкции от частоты и амплитуды инжектируемого тока. В качестве объекта исследования выбрана грудная полость человека. Для генерации измерительных данных используется математическое моделирование. Для этого надо спланировать и провести эксперимент для оценки значений коэффициентов этого уравнения.

Ключевые слова: электроимпедансная томография, планирование эксперимента, амплитуда инжектируемого тока, дифференциальная томография

CONSTRUCTION OF A REGRESSION MODEL OF IMPEDANCE CHANGE ON ELECTRODES AT MULTIFREQUENCY ELECTRICAL IMPEDANCE TOMOGRAPHY

P.V. Tjaglitsova, N.D. Narakidze

Platov South-Russian State Polytechnic University (NPI), Novocherkassk

This article discusses the construction of a second-order model of the dependence of the amplitude of the useful signal for differential reconstruction on the frequency and amplitude of the injected current. The human chest cavity was chosen as the object of study. To generate measurement data, mathematical modeling is used. To do this, you need to plan and conduct an experiment to evaluate the coefficients of this equation.

Keywords: electrical impedance tomography, experiment planning, injected current amplitude, differential tomography

Электроимпедансная томография (ЭИТ) – это метод медицинской визуализации, позволяющий на основании электрических измерений на поверхности проводящего объекта реконструировать его внутреннюю структуру (либо её изменение) [1].

В электроимпедансной томографии существует две задачи: прямая и обратная. Прямая задача состоит в определении распределения потенциалов по известному распределению проводимости Ω внутри объекта и параметрам инжектирующего тока I . Обратная задача состоит в расчете распределения проводимости внутри объекта на основании информации о подключении и параметрах I и значениях потенциалов на поверхности объекта. Для этого на поверхности объекта крепят электроды, между которыми по заданному алгоритму регистрируются разности потенциалов, к которым по заданному алгоритму подключается источник инжектирующего тока. Одним из наиболее распространенных алгоритмов инжектирования и измерения является «*Sheffield protocol*» (рис. 1) [2]. В данном случае источник тока подключается к паре соседних электродов и регистрируются разности потенциалов между соседними электродами, не подключенными к источнику тока. Далее источник тока переключается к следующей паре инжектирующих электродов, регистрируются разности потенциалов и так далее до тех пор, пока все пары соседних электродов не будут использованы в качестве инжектирующих. В результате для электродной системы из 16 электро-



дов формируется вектор разностей потенциалов $\Delta\Phi = \{\Delta\phi_l, l=1..L\}$ длиной $L=208$ элементов.

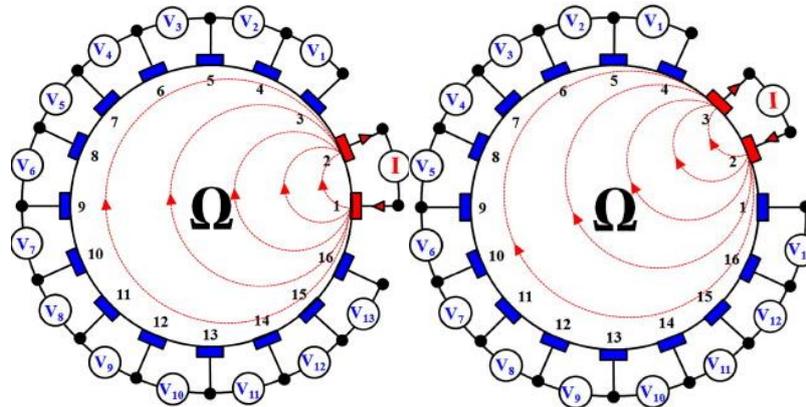


Рис. 1 – Срез исследуемого объекта с электродами и один из методов инжестирования и регистрации потенциалов

При статической томографии используется один набор $\Delta\Phi$ с помощью которых реконструируют Ω . Реализовать статическую реконструкцию сложнее, т.к. небольшое изменение контактного сопротивления электрода приводит к значительным артефактам в реконструированном изображении.

При дифференциальной томографии используется два набора данных для двух моментов времени t_1 и t_2 (например, вдоха и выдоха при ЭИТ легких), и реконструируется изменение проводимости $\Delta\Omega$ в объекте между этими моментами времени ($\Delta\Omega = \Omega(t_2) - \Omega(t_1)$). В этом случае неважно начальное распределение, реконструируется лишь его изменение [3]. В качестве данных для реконструкции используется (1):

$$d\Phi = \Delta\Phi(t_2) - \Delta\Phi(t_1) \quad (1)$$

На качество реконструкции $\Delta\Omega$ влияет амплитуда $d\Phi$. Она зависит как от $\Delta\Omega$, так и от параметров инжеструемого тока I , а именно от его частоты f_i и амплитуды I_M .

В качестве объекта исследования выбрана грудная полость человека. Для генерации измерительных данных используется математическое моделирование. Прямая задача ЭИТ решается в среде *Femm* [4]. Для автоматизации процесса изменения параметров задачи используется ПО *Octave* [5].

Моделируется процесс получения измерительной информации $\Delta\Phi$ для ЭИТ для параметров тканей грудной полости, соответствующих вдоху и выдоху при заданных частоте f_i и амплитуде инжеструемого тока I . Далее рассчитываются данные для дифференциальной ЭИТ реконструкции по формуле (1), где $\Delta\Phi(t_2)$ – данные, полученные при параметрах тканей грудной полости во время вдоха; $\Delta\Phi(t_1)$ – данные, полученные при параметрах тканей грудной полости во время выдоха.

Амплитуда $d\Phi$ определяется как средняя амплитуда для каждого из 16 набора из 13 потенциалов, полученных при одной конфигурации инжеструемых электродов.

Пользователь в ПО *Octave* задает частоту f_i и амплитуду инжеструемого тока I . Далее автоматически в среде *Octave* формируются два набора измерительных данных $\Delta\Phi$ для дифференциальной ЭИТ – для момента вдоха и выдоха.



Для формирования $\Delta\Phi$ для каждой конфигурации инжектирующих электродов *Octave* открывается предпроцессор *Femm*, где изменяет параметры решения задачи и свойства материалов. Далее запускается процесс решения прямой задачи ЭИТ, после чего вызывается постпроцессор *Femm*, с помощью которого извлекаются значения потенциалов на измерительных электродах и рассчитываются разности потенциалов между измерительными электродами. На рис. 2 показан алгоритм получения и обработки $\Delta\Phi$.

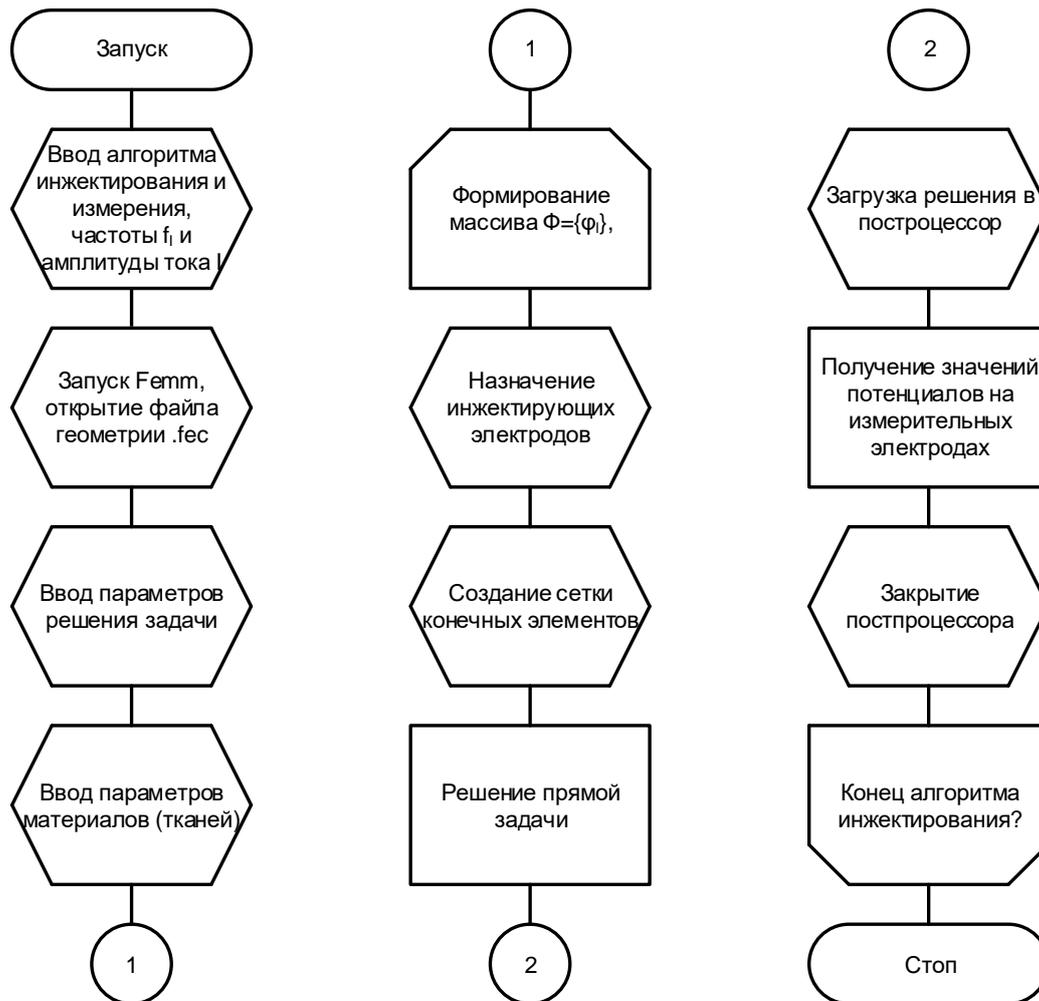


Рис. 2 – Алгоритм получения и обработки данных измерения

Необходимо построить модель второго порядка зависимости амплитуды полезного сигнала для дифференциальной реконструкции от частоты и амплитуды инжектируемого тока. Для этого надо спланировать и провести эксперимент для оценки значений коэффициентов этого уравнения.

Построим матрицу планирования эксперимента второго порядка [6].

Строки 1-12 – это ядро (ПФЭ 2^2), строки 13 – 24 – это «звездные» точки, строки 25 – 27 – центр плана. Количество повторных опытов – 3.

Нулевые уровни факторов и интервалы их варьирования:

$$f = 50 \text{ кГц}; \\ I = 3,5 \text{ мА};$$

$$h_1 = 30 \text{ кГц}; \\ h_2 = 1,5 \text{ мА};$$



Для проведения эксперимента с числом факторов $n=2$, общее количество точек в плане ОЦКП составляет:

$$N_0 = 2^n + 2n + n_0,$$

где $n_0 = 1$ для ОЦКП.

$$N_0 = 2^2 + 2 \cdot 2 + 1 = 9.$$

Таким образом, количество опытов будет равно 27, так как имеем 3 повторных опыта [6].

Обработка результатов эксперимента производится посредством пакета *Statistica 10.0*.

Создаём матрицу планирования эксперимента второго порядка (рис. 3).

	1 f	2 l	3 U
1	20000	0,002	0,070314
2	20000	0,002	0,073783
3	20000	0,002	0,072143
4	80000	0,002	0,056936
5	80000	0,002	0,052924
6	80000	0,002	0,052259
7	20000	0,005	0,17584
8	20000	0,005	0,1764
9	20000	0,005	0,17306
10	80000	0,005	0,12558
11	80000	0,005	0,12401
12	80000	0,005	0,12471
13	20000	0,0035	0,12522
14	20000	0,0035	0,1263
15	20000	0,0035	0,12159
16	80000	0,0035	0,088505
17	80000	0,0035	0,089285
18	80000	0,0035	0,087106
19	50000	0,002	0,060056
20	50000	0,002	0,060719
21	50000	0,002	0,05996
22	50000	0,005	0,14163
23	50000	0,005	0,14257
24	50000	0,005	0,14359
25	50000	0,0035	0,103
26	50000	0,0035	0,10061
27	50000	0,0035	0,10026

Рис. 3 – Матрица планирования эксперимента в программе *Statistica 10.0*

Затем вычисляем оценки коэффициентов регрессии, базирующиеся на кодированных исходных значениях факторов (столбец "Coeff" в таблице на рис. 4).

Effect Estimates; Var.:U; R-sqr=.99817; Adj.:.99774 (ДААААААААА)										
2 factors, 1 Blocks, 27 Runs; MS Pure Error=.0000027										
DV: U										
Factor	Effect	Std.Err. Pure Err	t(18)	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt	Coeff.	Std.Err. Coeff.	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
Mean/Interc.	0,101276	0,000701	144,4373	0,000000	0,099803	0,102749	0,101276	0,000701	0,099803	0,102749
(1)f(L)	-0,034815	0,000768	-45,3261	0,000000	-0,036429	-0,033201	-0,017408	0,000384	-0,018214	-0,016601
f(Q)	0,010131	0,001330	7,6147	0,000000	0,007336	0,012926	0,005065	0,000665	0,003668	0,006463
(2)l(L)	0,085366	0,000768	111,1394	0,000000	0,083753	0,086980	0,042683	0,000384	0,041876	0,043490
l(Q)	0,000304	0,001330	0,2282	0,822086	-0,002491	0,003099	0,000152	0,000665	-0,001246	0,001549
1L by 2L	-0,016146	0,000941	-17,1639	0,000000	-0,018123	-0,014170	-0,008073	0,000470	-0,009061	-0,007085

Рис. 4 – Таблица полученной модели в кодированных значениях

Вычисляем оценки коэффициентов регрессии, базирующиеся на некодированных (физических) исходных значениях факторов (столбец "Regressn Coeff" в таблице на рис. 5).



Regr. Coefficients; Var.:U; R-sqr=.99817; Adj.:.99774 (ДААААААА) 2 factors, 1 Blocks, 27 Runs; MS Pure Error=.0000027 DV: U						
Factor	Regressn Coeff.	Std.Err. Pure Err	t(18)	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
Mean/Interc.	0,01420	0,0041	3,4705	0,002729	0,006	0,0228
(1)f(L)	-0,00000	0,0000	-6,1725	0,000008	-0,000	-0,0000
f(Q)	0,00000	0,0000	7,6147	0,000000	0,000	0,0000
(2)l(L)	36,95349	2,1498	17,1895	0,000000	32,437	41,4700
l(Q)	67,45679	295,6419	0,2282	0,822086	-553,664	688,5773
1L by 2L	-0,00018	0,0000	-17,1639	0,000000	-0,000	-0,0002

Рис. 5 – Таблица полученной модели в физических значениях

Для проверки гипотезы об адекватности полученной модели используется F -критерий Фишера и определяется следующей формулой [6]:

$$F_{\text{рас}} = \frac{S_{\text{ад}}^2}{S_{\text{вос}}^2},$$

где $S_{\text{ад}}$ – дисперсия адекватности, показывающая погрешность отклика, полученного из уравнения регрессии; $S_{\text{вос}}$ – дисперсия воспроизводимости, показывающая погрешность отклика, полученного экспериментальным путем.

По результатам расчета $S_{\text{ад}} = 0,000008$, $S_{\text{вос}} = 0,000003$ (используется столбец MS, где значению $S_{\text{ад}}$ соответствует число в строке *Lack of Fit*, а значению $S_{\text{вос}}$ соответствует число в строке *Pure Error*, рис. 6).

ANOVA; Var.:U; R-sqr=.99817; Adj.:.99774 (ДА 2 factors, 1 Blocks, 27 Runs; MS Pure Error=.0 DV: U					
Factor	SS	df	MS	F	p
(1)f(L)	0,005454	1	0,005454	2054,46	0,000000
f(Q)	0,000154	1	0,000154	57,98	0,000000
(2)l(L)	0,032793	1	0,032793	12351,98	0,000000
l(Q)	0,000000	1	0,000000	0,05	0,822086
1L by 2L	0,000782	1	0,000782	294,60	0,000000
Lack of Fit	0,000024	3	0,000008	3,01	0,057127
Pure Error	0,000048	18	0,000003		
Total SS	0,039256	26			

Рис. 6 – Таблица оценки адекватности модели

$$F_{\text{рас}} = \frac{S_{\text{ад}}^2}{S_{\text{вос}}^2} = \frac{0,000008}{0,000003} = 2,67.$$

При выборе $F_{\text{кр}}$ необходимо знать число степеней свободы f_1 и f_2 [3]:

$$f_1 = N - k - n_0,$$

где $N = 9$ – количество опытов; $k = 5$ – количество значимых коэффициентов в кодированных значениях; $n_0 = 1$ – центральная точка плана (рис. 4).

$$f_2 = N(m - 1),$$

где $m = 3$ – количество повторных опытов.

Таким образом:

$$f_1 = 9 - 5 - 1 = 3,$$

$$f_2 = 9 \cdot (3 - 1) = 18.$$

Исходя из полученных значений, выбираем по таблице Фишера [6]:

$$F_{\text{кр}} = 3,16.$$



Таким образом, $F_{кр} > F_{рас}$ ($3,16 > 2,67$). Следовательно, полученная модель адекватна.

Уравнение регрессии для кодированных значений факторов имеет вид:
 $y = 0,101276 - 0,017408 \cdot x_1 + 0,042683 \cdot x_2 + 0,005065 \cdot x_1^2 - 0,008073 \cdot x_1 \cdot x_2$.

Уравнение регрессии для некодированных (физических) значений факторов имеет вид:

$$U = 0,0142 - 5,15 \cdot e^{-7 \cdot f} + 36,9535 \cdot I + 5,63 \cdot e^{-12 \cdot f^2} - 0,00018 \cdot f \cdot I.$$

В измерительной установке протекает переменный ток, а проводимость среды нелинейно зависит от частоты, поэтому в уравнение появляется слагаемое, состоящее из произведения частоты и амплитуды инжектируемого тока.

На рис. 7 и 8 показаны поверхности откликов в зависимости от сочетаний различных факторов.

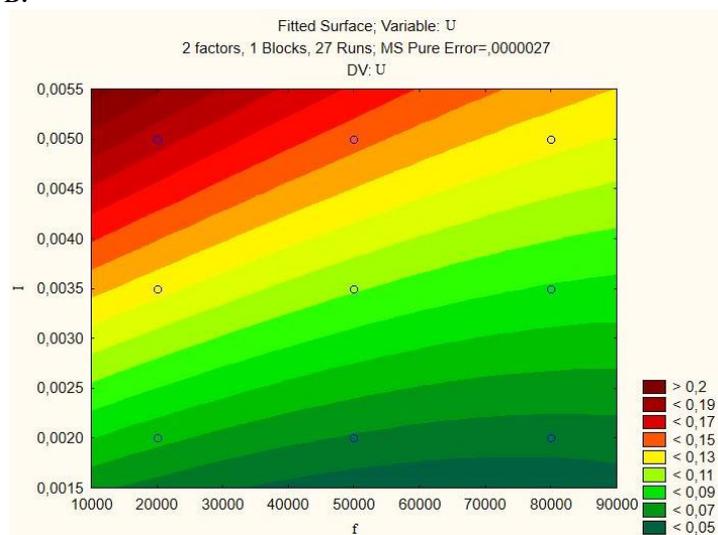


Рис. 7 – Чувствительность измерительной системы в зависимости от значений амплитуды инжектируемого тока и частоты

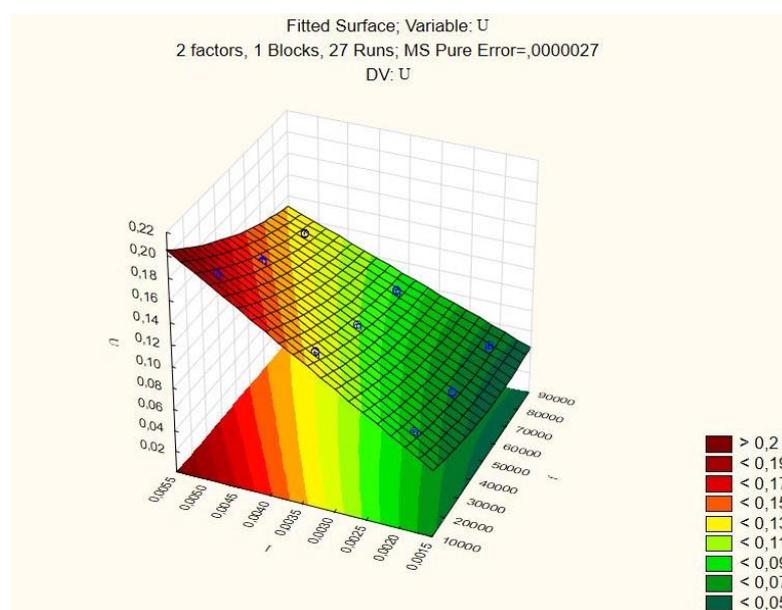


Рис. 8 – Чувствительность измерительной системы в зависимости от значений амплитуды инжектируемого тока и частоты



Из рис. 8 следует, что максимальной амплитуде соответствует минимальная частота и максимальный ток.

Была построена модель второго порядка зависимости амплитуды полезного сигнала для дифференциальной реконструкции от частоты и амплитуды инжектируемого тока. Модель получилась адекватной.

Уравнение регрессии для кодированных значений состоит из трех слагаемых: свободного члена, произведения коэффициента на ток и произведения коэффициента, тока и частоты. Влияние тока сильнее чем взаимное влияние тока и частоты. Влияние частоты сильнее, чем влияние квадрата частоты. Квадраты факторов не влияют на амплитуду измерительной схемы.

Исходя из полученных данных возможно сделать вывод, что сильнее всего на амплитуду измерительной схемы влияют значение амплитуды инжектируемого тока, а меньше всего – значение частоты.

Таким образом, для увеличения чувствительности измерительной установки необходимо обеспечить максимальную амплитуду инжектируемого тока и минимальную частоту.

Список цитируемой литературы

1. Пахарьков Г.Н. Биомедицинская инженерия. Проблемы и перспективы. – Санкт – Петербург.: Политехника, 2011 – 232 с.
2. Алексанян Г.К., Денисов П.А., Черноиван Д.Н. Методика оценки применимости стационарной математической модели для задач многочастотной электроимпедансной томографии. // Современные наукоемкие технологии. – 2017. – № 1 – С. 7-11.
3. Алексанян Г.К., Денисов П.А., Кучер А.И. Исследование применимости натурно-модельного подхода для задач реконструкции поля проводимости при многочастотной электроимпедансной томографии. // Фундаментальные исследования. – 2016. – № 11 (часть 5) – 895-899 с.
4. Милых В.И., Поляков И.В., Полякова Н.В. Расчетно-экспериментальное тестирование программы FEMM и преодоление проблем её использования для расчета магнитного поля электрических машин. //Технічна електродинаміка. – 2019. - №2 – 23 – 33.
5. Программирование на *Octave* (URL: <https://ru.wikibooks.org/Octave>). Дата обращения: 25.04.2020.
6. Горбатенко Н.И., М.В. Ланкин, Д.В. Шайхутдинов. Планирование эксперимента. – Новочеркасск.: Оникс+, 2007. – 120 с.