



УДК 681.782

РЕАЛИЗАЦИЯ РЕГРЕССИВНОГО АНАЛИЗА В ИЗМЕРИТЕЛЬНО-УПРАВЛЯЮЩЕМ УСТРОЙСТВЕ АДАПТИВНОГО ТЕЛЕСКОПА

Е.М.Захаров

Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) имени М.И. Платова,
г. Новочеркасск

Целью данной работы является построение регрессионной модели величины деформации биморфного зеркала измерительно-управляющего устройства адаптивного телескопа. Статистический эксперимент произведен при помощи программной среды *Statistica*. Построен график поверхности отклика деформации от приложенного напряжения и изменяемого радиуса деформируемого зеркала. Рассмотрена конструкция устройства воздействия на волнового фронт – деформируемое зеркало, в частности биморфное зеркало, основные характеристики и принцип действия. В статье перечислены основные элементы измерительно-управляющего устройства адаптивного телескопа.

Ключевые слова: адаптивная оптика, устройство воздействия на волновой фронт, регрессионная модель, деформируемые зеркала, статистический анализ.

IMPLEMENTATION OF REGRESSION ANALYSIS IN THE MEASURING AND CONTROL DEVICE OF THE ADAPTIVE TELESCOPE

E.M. Zakharov

Platov South-Russian State Polytechnic University (NPI),
Novocherkassk

The purpose of this work is to build a regression model of the deformation value of the bimorph mirror of the measuring and control device of the adaptive telescope. The statistical experiment was carried out using the Statistica software environment. The plot of the surface of the response of the deformation from the applied stress and the variable radius of the deformable mirror is plotted. The design of a device for influencing a wavefront - a deformable mirror, in particular a bimorph mirror, the main characteristics and the principle of operation are considered. The article lists the main elements of the measuring and control device of the adaptive telescope

Keywords: adaptive optics, wavefront influencing device, regression model, deformable mirrors, statistical analysis.

Адаптивная оптика разработана специально для исследований в астрономии. С её помощью можно снизить aberrации в изображении, которые формируются в результате прохождения света через земную атмосферу. Исследования в астрономии привели к постановке задачи о способе устранения aberrаций из-за атмосферной турбулентности без потерь качества визуализации.

Измерительно-управляющее устройство адаптивного телескопа предназначено для исправления в реальном времени атмосферных искажений изображения телескопа. Измерительно-управляющее устройство адаптивного телескопа состоит из: деформируемого зеркала, датчика волнового фронта, устройства управления, внешнего устройства и исполнительных устройств.

Деформируемое зеркало является ключевым элементом устройства и определяет структуру и возможности всей адаптивной системы. К зеркалу предъявляются повышенные требования: эффективность воспроизведения aberrаций волнового фронта, широкий диапазон деформации поверхности при небольшом количестве управляющих электродов, температурная стабильность по-



верхности, лучевая стойкость покрытия, простота изготовления, а также низкая стоимость [1].

Деформируемые зеркала дифференцируют по следующим критериям.

По типу приводов: электромеханический, электромагнитный, гидравлический, пьезоэлектрический.

По типу конструкции: секционированные, сплошные деформируемые.

В свою очередь, пьезоэлектрические зеркала, как наиболее распространённые, делятся на: выполненные в виде пьезоблоков, с биморфными пьезоэлементами, с трубчатыми пьезоэлементами, с пьезопакетами [2].

Деформируемое зеркало на основе биморфного пьезоэлемента, или так называемое биморфное зеркало, наиболее полно удовлетворяет перечисленным выше требованиям.

Схематично сечение биморфного зеркала показано на рисунке 1. Зеркало состоит из двух активных слоёв, по обе стороны которых прикреплены электроды. При помощи электродов в направлении, перпендикулярном плоскости зеркала, создаётся электрическое поле. Прикладывая к выбранным электродам определённое напряжение, можно вызывать удлинение или укорачивание активных слоёв в заданной области, что влечёт изгиб поверхности зеркала.

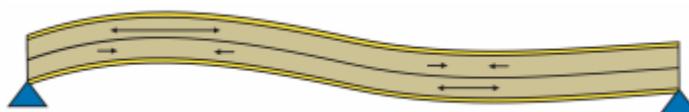


Рис. 1 – Схематичное изображения сечения биморфного зеркала

Два наиболее распространённых способа расположения электродов представлены на рисунке 2. Трапецеидальное расположение (слева) применяется для зеркал с круглой апертурой. Расположение в виде сот обеспечивает однородный изгиб по всей поверхности зеркала и может применяться для зеркал иной формы.

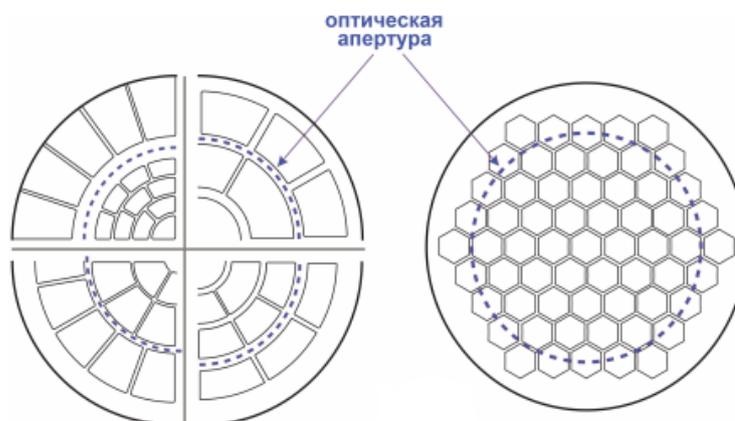


Рис. 2 – Примеры расположения электродов на активном слое биморфного зеркала



Основные характеристики биморфных зеркал следующие: толщина активного слоя h , диаметр зеркала D , пьезоэлектрический коэффициент d_{31} , максимальная напряжённость электрического поля E_{\max} [3].

При прикладывании напряжения V к электродам в пьезоэлектрическом слое вдоль границ электрода возникает изгибающий момент, (см. рис. 1), который задаётся выражением: [4]

$$M = \frac{Y_{al}}{1 - \nu_{al}} d_{31} V z_m, \quad (1)$$

где Y_{al} - модуль Юнга, ν_{al} - коэффициент Пуассона материала слоя, $z_m = h_{al} / 2$ - расстояние между центральной плоскостью активного слоя и плоскостью раздела активных слоёв (см. рис. 2).

Поскольку биморфное зеркало содержит два одинаковых активных слоя, которые подвергаются деформациям в противоположных направлениях (при растяжении одного слоя в плоскости зеркала второй слой сжимается), изгибающий момент для биморфного зеркала рассчитывается как удвоенное значение момента M , заданного выражением (1). Длину z_m можем переписать как $z_m = h/4$, h - толщина зеркала. Таким образом, полный изгибающий момент для зеркала задаётся выражением:

$$M_{mirr} = \frac{h Y_{mirr}}{2(1 - \nu_{mirr})} d_{31} V.$$

Величина деформации зависит от приложенного напряжения V и определяется выражением [5]:

$$W(r) = \frac{3M_{mirr} D^2 (1 - \nu_{mirr})}{2h^3 Y_{mirr}} \left[1 - \left(\frac{2r}{D} \right)^2 \right] = \frac{3d_{31} V D^2}{4h^2} \left[1 - \left(\frac{2r}{D} \right)^2 \right]$$

Для получения статистической зависимости величины деформации используем регрессивный анализ.

Необходимо построить модель изменения величины деформации от входного напряжения U_{mirr} и изменяемого радиуса r деформируемого зеркала. В качестве отклика принимаем величину деформации, а в качестве влияющих факторов принимаем приложенное напряжение, подаваемое на зеркало U_{mirr} и изменяемый радиус r деформируемого зеркала. Таким образом, необходимо получить уравнение регрессии для модели вида:

$$W = f(U_{mirr}, r)$$

Нулевые уровни факторов и интервалы их варьирования:

$$r = 0,025 \text{ м}; \quad h_1 = 0,010 \text{ м};$$

$$U_{mirr} = 100 \text{ В}; \quad h_2 = 0,010 \text{ В};$$

Для проведения эксперимента с числом факторов, равным 2, используем ПФЭ 2^2 . То есть, количество опытов для полного факторного эксперимента будет равно 4 ($N = 4$).

Остальные параметры примем равными:



$d_{31} = 350$ пКл/Н – пьезоэлектрический коэффициент материала ПКР-7М;

$h = 2,5$ мм – толщина зеркала;

$D = 83$ мм – диаметр зеркала.

Матрица эксперимента $N = 4$ представлена в таблице 1.

Для проведения эксперимента используем программную среду *Statistica 10* при оценке влияния вышеупомянутых параметров на величину деформации. Для анализа полученных результатов и проверки адекватности модели задаемся числом повторных опытов $m = 3$.

Таблица 1 – Матрица планирования эксперимента

№	X1	U, В	X2	r, м	W, мкм
1	-	49	-	0,024	9,4359
2	-	49	-	0,024	9,5672
3	-	49	-	0,024	9,6985
4	+	51	-	0,024	8,6127
5	+	51	-	0,024	8,9567
6	+	51	-	0,024	9,3007
7	-	49	+	0,026	9,8211
8	-	49	+	0,026	10,1748
9	-	49	+	0,026	10,5285
10	+	51	+	0,026	8,9643
11	+	51	+	0,026	9,3495
12	+	51	+	0,026	9,4905

Вычисляем оценки коэффициентов регрессии, базирующиеся на кодированных исходных значениях факторов.

Effect Estimates; Var.: W; R-sqr=.78363; Adj.:.70249 (Таблица.sta)										
2**(2-0) design; MS Pure Error=.0837176										
DV: W										
Factor	Effect	Std.Err. Pure Err	t(8)	p	-95.% Cnf.Limt	+95.% Cnf.Limt	Coeff.	Std.Err. Coeff.	-95.% Cnf.Limt	+95.% Cnf.Limt
Mean/Interc.	9.491700	0.083525	113.6387	0.000000	9.29909	9.684310	9.491700	0.083525	9.299090	9.684310
(1)r	0.459500	0.167051	2.7507	0.025033	0.07428	0.844719	0.229750	0.083525	0.037140	0.422360
(2)U	-0.758600	0.167051	-4.5411	0.001896	-1.14382	-0.373381	-0.379300	0.083525	-0.571910	-0.186690
1 by 2	-0.148100	0.167051	-0.8866	0.401181	-0.53332	0.237119	-0.074050	0.083525	-0.266660	0.118560

Рис. 3 – Таблица полученной модели в кодированных значениях

Для проверки гипотезы об адекватности модели используется F -критерий Фишера и определяется следующей формулой [6]:

$$F_{рас} = \frac{S_{ад}^2}{S_{вос}^2},$$

где $S_{ад}^2$ - дисперсия адекватности, показывающая погрешность отклика, полученного из уравнения регрессии; $S_{вос}^2$ - дисперсия воспроизводимости, показывающая погрешность отклика, полученного экспериментальным путем;



ANOVA; Var.:W; R-sqr=.76237; Adj.:.70957 (Таблица.st 2**(2-0) design; MS Pure Error=.0837176 DV: W					
Factor	SS	df	MS	F	p
(1)r	0,633421	1	0,633421	7,56616	0,025033
(2)U	1,726422	1	1,726422	20,62197	0,001896
Lack of Fit	0,065801	1	0,065801	0,78599	0,401181
Pure Error	0,669741	8	0,083718		
Total SS	3,095384	11			

Рис/ 4 – Таблица оценки адекватности модели

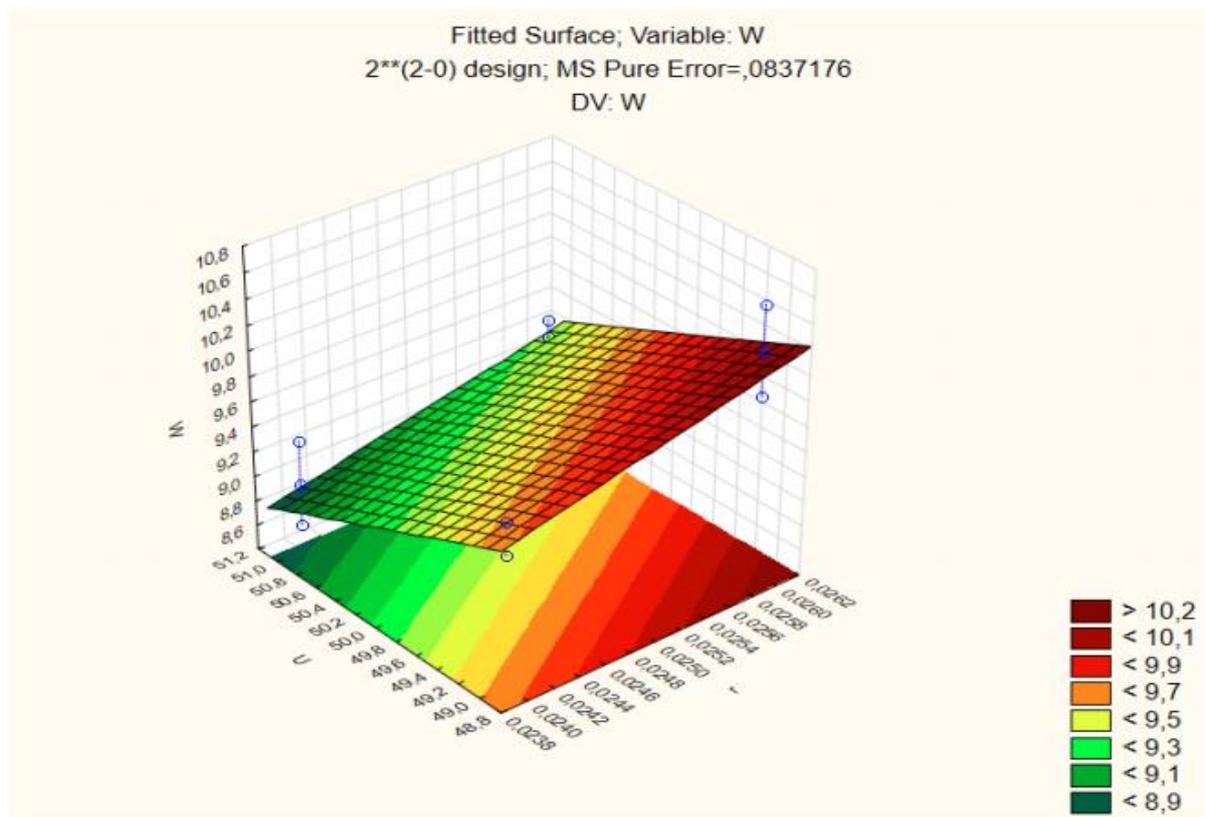
На основании данных, полученных в результате эксперимента, получаем $F_{рас} = 0,0097$. Количество степеней свободы $f_1 = 2$; $f_2 = 8$. Исходя из полученных значений, выбираем по таблице Фишера [6]: $F_{кр} = 4.5$.

Таким образом, $F_{кр} > F_{рас}$. Следовательно, можно сделать вывод, что полученная модель является адекватной.

Уравнение регрессии для кодированных значений факторов имеет вид:

$$y = 9,4917 + 0,22975 \cdot X_1 - 0,3793 \cdot X_2$$

На рисунке 5 показана поверхность отклика зависимости деформации W от приложенного напряжения U_{mirr} и изменяемого радиуса r .

Рис. 5 – График поверхности отклика деформации W от приложенного напряжения U_{mirr} и изменяемого радиуса r

**Список цитируемой литературы**

1. Александров А.Г., Завалова В.Е., Кудряшок А.В. и др. Адаптивная коррекция излучение мощного титан-сапфирового лазера // Журнал прикладной спектроскопии. – 2005. – Т. 72. - № 5. – С. 679 – 680.
2. Тараненко В.Г., Шанин О.И, Адаптивная оптика. – М.: Радио и связь, 1990. – 112 с.
3. Da Costa Rodrigues. G.M. Adaptive optics with segmented deformable bimorph mirrors [Text]: Thesis submitted in candidature for degree of Doctor in Engineering Sciences: February, 2010 / Goncalo Mendes da Costa Rodrigues. – Bruxelles, 2010. – 149 pp.
4. Preumont, A. Vibration Control of Active Structures / A. Preumont. – Verlages. Berlin Heidelberg: Springer Science & Business Media, 2011 – 456 pp.
5. Pilkey, W.D. Formulas of Stress, Strain and Structural Matrices / W.D. Pilkey. – 2nd edition. – NY, USA: John Wiley, 2004 – 1536 pp.
6. Планирование эксперимента: учебное пособие / Горбатенко Н.И., Ланкин М.В., Шайхутдинов Д.В.: - Юж. Рос. Гос. техн. ун-т (НПИ) – Новочеркасск: ЮРГПУ, 2007 г. – 120 с.

© Е.М. Захаров, 2020