



УДК 519.6

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ДИАГНОСТИКА КОЛЬЦЕВОГО ГЕНЕРАТОРА ДМИТРИЕВА-КИСЛОВА

Давыдов В.Г. vladkazan-1997@mail.ru, В.В. Афанасьев, ivans8585@mail.ru

Казанский Национальный Исследовательский Технический Университет (КНИТУ им. А.Н. Туполева-КАИ), г. Казань

В данной статье рассматривается моделирование дискретно-нелинейной системы Дмитриева-Кислова с хаотической динамикой. Оценены статистические характеристики генератора при различных параметрах системы. Получены инженерные рекомендации по выбору диапазонов изменения параметров генератора Дмитриева-Кислова для обеспечения стабильной работы генератора псевдослучайных сигналов.

Ключевые слова: динамическая система Дмитриева-Кислова, псевдослучайные сигналы.

MATHEMATICAL MODELING AND DIAGNOSTICS OF DMITRIEV-KISLOV RING OSCILLATOR

Davydov V.G., V.V. Afanasiev ,

Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev (KNRTU-KAI), Kazan

In this article Dmitriev-Kislov discrete nonlinear system with chaotic dynamics modeling is discussed. The statistical characteristics of the generator for various system parameters are evaluated. Engineering recommendations on the choice of ranges of Dmitriev-Kislov generator parameters to ensure stable generation of pseudo-random signal generator changing were obtained.

Keywords: Dmitriev-Kislov dynamic system, pseudo-random signals.

Рассматриваемый генератор Дмитриева-Кислова является кольцевой автоколебательной системой с хаотической динамикой с одним нелинейным элементом и инерционным запаздыванием первого порядка. Данная система относится к динамическим системам с 1,5 степенями свободы [1].

Генератор Дмитриева-Кислова представляет интерес для исследования ввиду простоты построения. Система является трёхмерной, при этом три степени свободы являются минимальным числом степеней для возможности получения хаотических колебаний [1]. Вопросы построения данной системы рассмотрены в литературе [1] и [2], также доступны результаты исследования параметров системы при изменении режимов работы и параметров узлов генератора [3].

Модель генератора может быть получена в виде дискретно-нелинейной модели в современных цифровых системах. При этом производится численное решение системы дифференциальных уравнений, описывающей каждую из трёх подсистем генератора Дмитриева-Кислова. При численном решении важным параметром является временной шаг интегрирования, определяющий число отсчётов на один квазипериод колебаний системы, который можно приближённо принять за резонансную частоту фильтра. Задачей исследования является определение максимально возможных значений временного шага, при котором статистические характеристики сохраняют хаотические свойства. Моделирование генератора проведено в пакете прикладных программ Mathcad. Для решения системы уравнений использован численный метод решения Рунге-Кутты.

На рис.1 представлена структурная схема генератора, состоящая из трёх подсистем, имеющих развязку между собой. Каждая подсистема описывается



дифференциальным уравнением. На рис.1 обозначены элементы: ПС 1 – подсистема 1 – нелинейный усилитель, ПС 2 – линейный фильтр 2-го порядка, ПС 3 – линейный фильтр 1-го порядка [2].

Нелинейный усилитель (подсистема 1) реализует элемент с кусочно-линейной характеристикой с пятью сегментами (рис.2), определяемой двумя параметрами. Характеристика нелинейного элемента представлена ниже (1) [1].

$$F(z) = M \left[|z + E_1| - |z - E_1| + 0.5(|z - E_2| - |z + E_2|) \right] \quad (1)$$

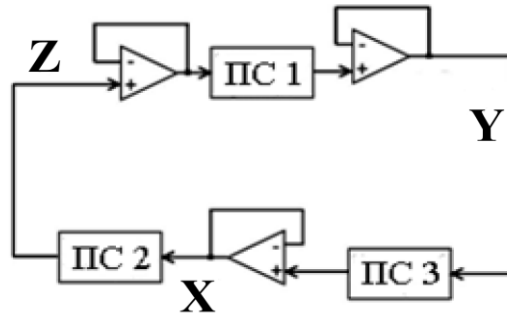


Рис.1. Блок-схема генератора [2]

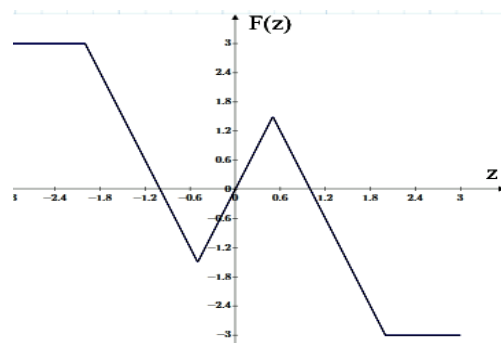


Рис.2. Характеристика нелинейного элемента модели с учётом параметров

Фильтр 2-го порядка (подсистема 2) является фильтром нижних частот в виде RLC -цепи. Реализует зависимость выходного напряжения Z от входного X . Фильтр 1-го порядка является инерционным (апериодическим) звеном. Представлен RC -цепью – фильтром нижних частот [2].

Исходя из структурной схемы генератора, можно записать систему дифференциальных уравнений [2]:

$$\dot{x} = \frac{F(z) - x}{T}, \quad \dot{y} = \omega^2(x - z), \quad \dot{z} = y - \alpha z, \quad (2)$$

$$\text{где: } U_{C1} = x, U_{C2} = z, C_1 R_1 = T, \frac{R_2}{L_2} = \alpha, \frac{1}{L_2 C_2} = \omega^2, y = \frac{dU_{C2}}{dt} - \frac{R_2}{L_2} U_{C2}$$

Моделирование системы может быть проведено на основании системы (1). С целью получения динамического хаоса параметры системы при моделировании выбраны согласно рекомендациям [2]:

$$M = 3, \alpha = 0.22, T = 3, \omega = 1, E_1 = 0.5, E_2 = 0.5$$

Решение производится с помощью строенной функции *rkfixed* пакета *Mathcad*. Для получения решения записывается матрица правых частей системы,



определяется временной интервал моделирования и число отсчётов, что определяет временной шаг интегрирования:

$$D(t, X) = \left[\frac{M \left[\left| z + E_1 \right| - \left| z - E_1 \right| + 0.5 \left(\left| z - E_2 \right| - \left| z + E_2 \right| \right) \right] - x}{T} \right]$$

$$Z = rkfixed(X, t_0, t_{\max}, N, D)$$

Временной интервал моделирования выбран постоянным, $t_0 = 0, t_{\max} = 500$, исходя из требования к стационарности процесса. Здесь изменение статистических характеристик процесса незначительно. Начальные значения системы с целью сокращения длительности переходного процесса выбраны из значений, полученных при прошлой реализации: $x_0 = 0.575, y_0 = 0.401, z_0 = 0.323$

Таблица 2. Статистические характеристики в зависимости от выбранного шага

Шаг T, с	0.1	0.3	0.5	0.7	0.9	1.1	1.3	1.4	1.45	1.5
$M[X]$	0,580	0,578	0,581	0,587	0,593	0,597	0,600	0,601	0,609	0,628
$D[X]$	0,043	0,043	0,041	0,034	0,027	0,025	0,021	0,017	0,015	0,014
$\sigma[X]$	0,206	0,208	0,203	0,185	0,165	0,159	0,145	0,131	0,121	0,118
Шаг T, с	1.6	1.8	2.0	2,8						
$M[X]$	0,601	0,674	0,638	0,005						
$D[X]$	0,014	0,017	0,010	0,252						
$\sigma[X]$	0,117	0,132	0,098	0,502						

Ниже представлены графики для различных значений шага T.

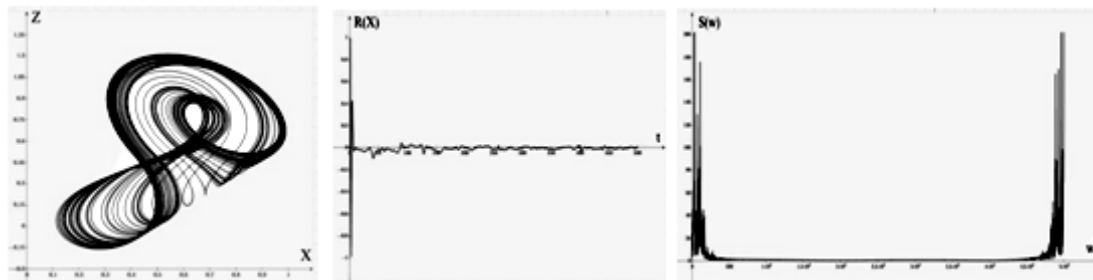


Рис.3. Фазовый портрет, корреляционная функция и спектр при $T = 0,1$

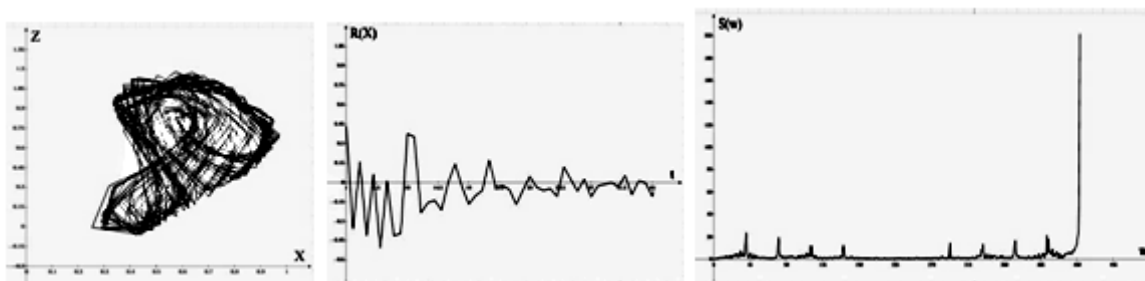


Рис.4. Фазовый портрет, корреляционная функция и спектр при $T = 1,1$

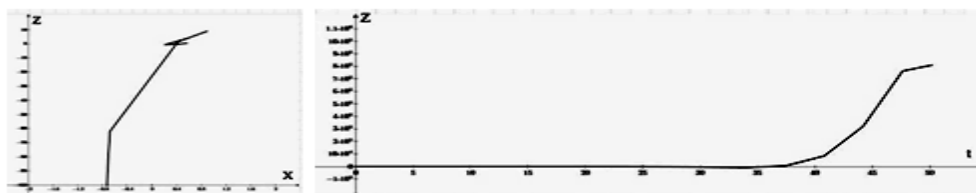


Рис.5. Фазовый портрет и временная зависимость при $T = 3,4$

При $T > 0,3$ спектр колебаний приобретает линейчатость. При $T = 1,1$ колебание начинает терять свойство хаотичности, число гармонических составляющих уменьшается. При дальнейшем увеличении T амплитуда гармоник уменьшается. При дальнейшем увеличении шага происходит переход от хаоса к многочастотному колебанию. При $T = 2,0$ происходит переход от многочастотного к одночастотному колебанию. При $T = 2,8$ происходит бифуркация, колебание переходит в неустойчивое состояние. При $T = 3,4$ наблюдается бифуркация, генерируемый сигнал теряет колебательный характер.

По результатам моделирования можно определить, что увеличение временного шага T (уменьшение числа отсчётов на период) негативно влияет на параметры процесса в системе. Длительность корреляции возрастает. Спектр теряет свойство большого числа гармоник, а сигнал теряет основное свойство – хаотичность. Система от аттрактора переходит в одно из неустойчивых состояний. По статистическим характеристикам можно сделать вывод о том, что увеличение шага ведёт к снижению эффективности генератора, т.е. дисперсия процесса уменьшается.

Полученные результаты подтверждаются приведёнными в атласе картами динамических режимов [3]. Кроме того, фазовые портреты и спектры для шага $T \leq 0,3$ совпадают с приведёнными [2].

Таким образом, при построении дискретно-нелинейной системы, основанной на данном генераторе, нужно выбирать шаг интегрирования T в диапазоне от 0 до 0,3. При шаге $T \geq 1,1$ нарушается работа системы; при $T \leq 0,3$ сохраняется общий вид фазового портрета и спектра сигнала, а дисперсия $D[X]$ не изменяется. При выборе шага T большим ($T > 1,1$) для нормальной работы системы потребуется увеличить время реализации. Математическое ожидание слабо зависит от шага интегрирования. При этом с увеличением шага дисперсия сигнала уменьшается, что говорит о снижении эффективности генератора. При больших значениях шага дисперсия увеличивается, но сигнал теряет свойство хаотичности. Спад автокорреляционной функции становится медленным. Спектр становится более линейчатым, т.е. уменьшается число гармоник в генерируемом сигнале.

Список цитируемой литературы

1. Дмитриев А.С. Генерация хаоса: /Дмитриев А.С., Ефремова Е.В., Максимов Н.А., Панас А.И. – М.: Техносфера, 2012. – 424с.+8с. цв. вклейки.
2. Дмитриев А.С., Панас А.И. Динамический хаос: новые носители информации для систем связи. – М.: Издательство Физико-математической литературы, 2002.—252 с.
3. Атлас карт динамических режимов - Наука - Саратовская группа теоретической нелинейной динамики. Генератор Дмитриева-Кислова [Электронный ресурс] // Саратовская группа теоретической нелинейной динамики – Режим доступа: <http://www.sgtnnd.narod.ru/science/atlas/rus/index.htm>