ISSN 2658 – 7505
Выпуск №6, 2019
Электронный научный журнал «Вестник молодёжной науки России»

УДК 519.713.4

ИССЛЕДОВАНИЕ ОДНОМЕРНЫХ КЛЕТОЧНЫХ АВТОМАТОВ В ОГРАНИЧЕННОМ ЗАМКНУТОМ ПРОСТРАНСТВЕ

А.А. Уманов, *e-mail:dha01@yandex.ru*
УрТИСИ СибГУТИ, г. Екатеринбург

Исследование динамических систем является активно развивающейся областью математики. Клеточные автоматы являются одной из таких областей. Хотя о них известно уже более полу века и клеточные автоматы нашли применение во многих областях науки, даже х классификация является весьма условной. Понимание принципов работы простейших клеточных автоматов поможет при работе с их более сложными аналогами. В данной статье рассматривается исследование одномерных клеточных автоматов в ограниченном пространстве заключенное в кольцо. Благодаря ограниченному пространству, в отличие от бесконечного, существует возможность проследить эволюцию системы в целом, от каждого начального состояния до каждого конченого и увидеть все возможные конфигурации, в которые может прийти система, подчиняющаяся определенному правилу.

Ключевые слова: клеточный автомат, одномерный, кольцо.

RESEARCH OF ONE-DIMENSIONAL CELL AUTOMATA IN A LIMITED SPACE

A.A. Umanov, *e-mail:dha01@yandex.ru*
URTISI SibGUTI, Ekaterinburg

The study of dynamic systems is an actively developing field of mathematics. Cellular automata are one such area. Although they have been known for more than half a century and cellular automata have found application in many fields of science, even the classification of automata is very conditional. Understanding the principles of the operation of the simplest cellular automata will help when working with their more sophisticated counterparts. In this paper we consider the study of one-dimensional cellular automata in a confined space of prisoners in a ring. Due to the limited space, unlike the infinite space, it is possible to trace the evolution of the system as a whole, from each initial state to each finished state, and to see all possible configurations into which a system that obeys a certain rule can come.

Keywords: cellular automaton, one-dimensional, ring.

Введение

Впервые основные принципы и идеи клеточных автоматов были сформулированы Дж. Фон Нейманом и К. Цусе в конце 40-х годов. Клеточные автоматы представляет собой универсальную вычислительную среду эквивалентную машине Тьюринга. Базовые принципы работы клеточных автоматов являются достаточно простыми, но тем не менее результаты их вычислений могут быть достаточно сложными.

Принцип работы клеточного автомата достаточно просты для того чтобы реализовать их на любом доступном языке программирования. Именно из-за их простоты клеточные автоматы уже довольно часто используются для моделирования различных систем, таких как электрические цепи или химические реакции.

Классификация клеточных автоматов должна однозначно определять границу между классами, однако на сегодня нет общепринятого разделения клеточных автоматов на классы, а предлагаемые дают лишь расплывчатые определения, не позволяющие однозначно сказать к какому именно классу принадлежит то или иное правило.

Необходимо изучить разнообразие формируемых структур для одномерных клеточных автоматов с ограниченным размером пространства для лучшего понимания принципов и закономерностей их работы, которые помогут при их классификации.

Теоретическая часть

Исследование динамических систем является активно развивающейся областью математики [2,3]. В частности, клеточные автоматы являются по своей природе динамическими системами с дискретным временем представляют особый интерес для многих сфер таких как химия, физика, биология, программирование и многих других. Применимость клеточных автоматов во многих сферах не случайна. С их помощью можно используя достаточно простые и понятные правила смоделировать достаточно сложные системы, моделирование которых другими способами является крайне сложной задачей. Примерами таких систем может быть расчет турбулентных потоков [4], распространение эпидемий [5], процессов абсорбции [6] и многие другие.

Причиной такой широкой применимости клеточных автоматов является одновременно их универсальность, а также возможность на базе элементарных правил строить системы с очень сложным поведением.

Клеточные автоматы можно разделить на четыре класса (классификация С. Вольфрама) [1,8,9]

- Класс 1. За конечное число шагов автоматы достигают пространственно-однородного состояния. Конечное состояние не зависит от времени и от начальных условий.
- Класс 2. Автомат генерирует локализованные структуры, стационарные или периодические по времени.
- Класс 3. Автомат из этого класса порождает непериодические конфигурации клеток, «забывая» при этом о начальных условиях, — обладает так называемым «турбулентным» перемешиванием
- Класс 4. Динамика клеточного автомата существенно зависит от начальных данных. Подбирая начальные условия, можно группировать самые различные последовательности сменяющих друг друга состояний.

Несмотря на разделения на классы достаточно затруднительно определить к какому из классов относится определенное правило. Поскольку если при большинстве начальных условий правило можно причислить, например, к классу 1, то это вовсе не означает, что не существует такой начальной конфигурации, в которой данное правило нельзя было бы причислить к классу 4.

Для того чтобы определенное правило можно было причислить к определенному классу необходимо рассмотреть для все возможные начальные состояния. Для бесконечного пространства это выполнить невозможно. В качестве объекта исследования выбраны одномерные клеточные автоматы с двумя возможными состояниями размером от 3 до 25 и объединенные в кольцо т.е. первый элемент считается соседним последнему. Таким образом для описания каждого состояния в определенный момент времени будет достаточно массива размером от 3 до 25 бит. Первая и последняя ячейки будут считаться соседними таким образом получая кольцевую структуру.

Рассматривая описания состояния в кольце можно заметить, что, например, для пространства размером 3, состояния 100, 010, 001 можно считать тождественными, поскольку расположение является условным и нумерация зависит от того

ISSN 2658 – 7505
Выпуск №6, 2019
Электронный научный журнал «Вестник молодёжной науки России»

какой элемент считается первым, а также не влияет на ход вычисления состояний клеточного автомата. Благодаря такому объединению можно сократить количество состояний при изучении. Например, для идентификации кольца с тремя ячейками будет достаточно различать всего четыре состояния (0, 1, 3, 7) (рис. 1) вместо восьми, а при 10 ячейках всего 108 уникальных состояний вместо 1024.

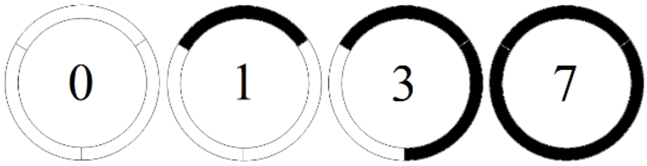

Рис. 1 – Уникальные состояния для пространства размерностью 3

Индекс состояния – число идентифицирующее состояние в кольцевой структуре. Не зависит от того какой элемент считается первым. Одним индексом может описываться как одно состояние, так может входить и несколько состояний. Например, в кольцевой структуре из трех элементов в индекс 0 входит только состояние 0, но под индексом 1 могут быть состояния 1, 2 и 4 (рис. 2).

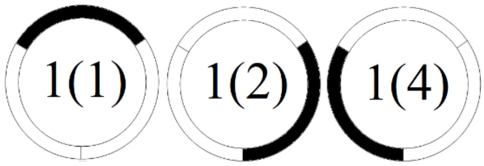

Рис. 2 – Состояния с индексом 1

Поскольку для графического отображения кольцевые структуры достаточно неудобно, то в дальнейшем будем изображать их в более привычном виде – поле с клетками (рис. 3).

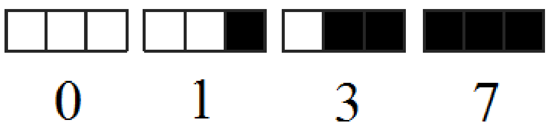

Рис. 3 – Уникальные состояния для пространства размерностью 3 в виде клеток

При ограниченном размере пространства вся система в конечном итоге придет либо к статическому состоянию, либо к структуре, циклически меняющейся во времени.

Результаты исследований

Проведены вычислительные эксперименты и были найдены все возможные конфигурации для правил от 1 до 255 в пространствах размером от 3 до 25, в результате которых было получено множество данных, некоторые из которых представлены ниже (Таблица 1). В скобках указаны номера правил.

Далее приведено несколько примеров циклической эволюции периодических во времени структур для нескольких правил из различных начальных состояний (рис. 4, 5, 6). При этом каждый из примеров можно объединить в кольцо не только по оси пространства, но и по оси времени т.к. за последней строкой будет следовать первая строка этого же примера.

ISSN 2658 – 7505
Выпуск №6, 2019
Электронный научный журнал «Вестник молодёжной науки России»

Таблица 1

Агрегация некоторых данных полученных в экспериментах.

Размер пространства	Максимальный период по индексу	Максимальный период по состоянию	Максимальное количество формируемых различных структур с периодом по индексу больше двух для одного правила
3	2	6	0
4	2	8	0
5	6 (45, 75, 89, 101, 105)	30 (45, 75, 89, 101)	2 (150)
6	5 (25, 61, 67, 103)	18 (45, 75, 89, 101)	1
7	18 (45, 75, 89, 101)	126 (45, 75, 89, 101)	3 (154, 166, 180, 210)
8	15 (106, 120, 169, 225)	40 (30, 86, 135, 149)	6 (105, 150)
9	56 (45, 75, 89, 101)	504 (45, 75, 89, 101)	9 (154, 166, 180, 210)
10	43 (45, 75, 89, 101)	430 (45, 75, 89, 101)	19 (150)
11	89 (45, 75, 89, 101)	979 (45, 75, 89, 101)	33 (154, 166, 180, 210)
12	34 (30, 86, 135, 149)	240 (45, 75, 89, 101)	61 (154, 166, 180, 210)
13	443 (45, 75, 89, 101)	1105 (45, 75, 89, 101)	117 (154, 166, 180, 210)
14	267 (45, 75, 89, 101)	2198 (45, 75, 89, 101)	218 (154, 166, 180, 210)
15	1364 (45, 75, 89, 101)	6820 (45, 75, 89, 101)	415 (154, 166, 180, 210)
16	376 (30, 86, 135, 149)	6016 (30, 86, 135, 149)	773 (154, 166, 180, 210)
17	4636 (45, 75, 89, 101)	78812 (45, 75, 89, 101)	1453 (154, 166, 180, 210)
18	1302 (45, 75, 89, 101)	7812 (45, 75, 89, 101)	2765 (154, 166, 180, 210)
19	9680 (45, 75, 89, 101)	183920 (45, 75, 89, 101)	5217 (154, 166, 180, 210)
20	7129 (45, 75, 89, 101)	142580 (45, 75, 89, 101)	9908 (154, 166, 180, 210)
21	40538 (45, 75, 89, 101)	352884 (45, 75, 89, 101)	18807 (154, 166, 180, 210)
22	11170 (45, 75, 89, 101)	122870 (45, 75, 89, 101)	35762 (154, 166, 180, 210)
23	150417 (45, 75, 89, 101)	3459591 (45, 75, 89, 101)	68105 (154, 166, 180, 210)
24	35099 (45, 75, 89, 101)	421188 (45, 75, 89, 101)	129826 (154, 166, 180, 210)
25	555408 (45, 75, 89, 101)	10828525 (45, 75, 89, 101)	247889 (154, 166, 180, 210)

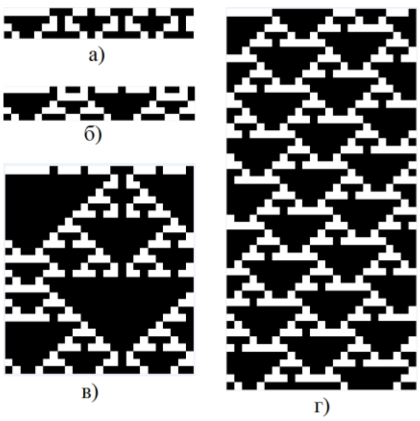

Рис. 4 – правило 151, размер 25 клеток,
начальное состояние – а) 369197, б) 468775 в) 280337, г) 522481.

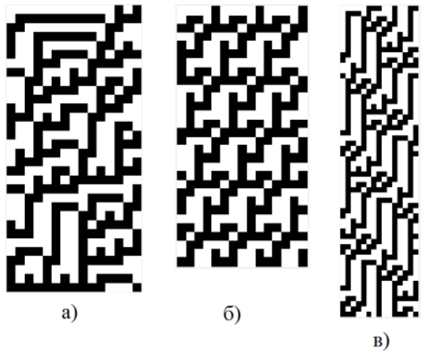

**Рис. 5 – правило 45, размер 15 клеток,
начальное состояние – а) 5, б) 1057 в) 915.**

**Рис. 6 – правило 105, размер 15 клеток,
начальное состояние а) 7, б) 9, в) 27, г) 49, д) 93, е) 231, ж) 297, з) 1057**

Выводы

Предложен способ исследования одномерных клеточных автоматов который позволяет увидеть всё разнообразие состояний, в рамках ограниченного пространства, в которые может приди система, а также определить количество, период, ход эволюции системы и другие характеристики.

Проведены вычислительные эксперименты, в результате которых было получено большое количество данных о разнообразных возможных конечных состояниях клеточных автоматов в ограниченном пространстве.

Установлено, что количество различных структур, которые может формировать определенное правило зависит от размера поля, при этом зависимость не является линейной. Например, для правила 110 в пространстве размером 18 может быть сформировано 10 устойчивых конфигураций, но для пространства размером 19 только 3 устойчивых конфигурации.

По результатам проведенных экспериментов можно утверждать, что поведение клеточных автоматов зависит от установленного начального состояния, что является причиной того, что классификация клеточных автоматов относительно неограниченного пространства является достаточно размытой. Для формирования однозначно классификации требуется дополнительные исследования нацеленные на формирование определения клеточного автомата, которое бы не зависело бы от размера пространства, в ином случае выполнить точную классификацию крайне затруднительно.

ISSN 2658 – 7505
Выпуск №6, 2019
Электронный научный журнал «Вестник молодёжной науки России»

Список цитируемой литературы

1. Stephen Wolfram. A New Kind of Science. Wolfram Media, Inc., 2002.
2. Hale J. K., Magalhaes L. T., Oliva W. M. An introduction to infinite dimensional dynamical systems geometric theory // New York: Springer-Verlag. 1984. Appl'. Math. Sci. Vol. 47.
3. Wiggins S. Introduction to applied nonlinear dynamical systems and chaos // Texts Appl. Math. 1990. Vol. 2. Springer-Verlag. New York.
4. Г. Д. Тимчук, В. В. Жихаревич, “Развитие метода непрерывных асинхронных клеточных автоматов для моделирования турбулентных потоков”, *ПДМ*, 2012, № 4(18), 73–81
5. Башабшех, М.М. Исследование пространственно распределенных динамических систем при моделировании распространения эпидемических заболеваний методами вероятностного клеточного автомата [Текст] /М.М. Башабшех, А.В. Скворцов, Б.И. Масленников //Перспективы науки. –2013. –No 5 (44).
6. Иванов С.И., Колнооченко А.В. Моделирование процессов адсорбции и высвобождения методом вероятностных клеточных автоматов // Успехи в химии и химической технологии: сб. науч. тр. Том XXIV, No 1 (106). –М.: РХТУ им. Д. И. Менделеева, 2010. –стр. 39-42.
7. Cook, M. (2004). Universality in elementary cellular automata. Complex Systems, 15(1):1–40.
8. Астафьев Г.Б., Короновский А.А., Храмов А. Е. Клеточные автоматы: Учебно - методическое пособие. Саратов: Изд – во ГосУНЦ «Колледж», 2003. 24 с.
9. Лобанов А. И. Компьютерные исследования моделирование 2010 Т. 2 No 3 С. 273–293.