



УДК 621.3.011.7:519.612

НОВЫЙ ПОДХОД К ФОРМИРОВАНИЮ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИХ УСТРОЙСТВ

Н.С. Савёлов, savelovn@mail.ru, И.С. Лебедев, LebedevBK@outlook.com,

В.В. Павлов, v_pavlov93@mail.ru

Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ)
имени М.И. Платова, г. Новочеркасск

Синтез электрических цепей на основе их объединения является одним из наиболее плодотворных подходов к получению электротехнических устройств, обладающих новыми характеристиками и параметрами. Эффективный способ сокращения вычислительных затрат на математическое моделирование объединенных электрических цепей состоит в использовании результатов расчётов, выполненных ранее для исходных цепей, участвующих в объединении. Для линейных и линеаризованных электрических цепей в режиме постоянного или переменного тока указанный способ обеспечивается применением новой модификации метода исключения Гаусса для решения систем линейных алгебраических уравнений.

Ключевые слова: формирование математических моделей, объединение электрических цепей, сокращение вычислительных затрат.

A NEW APPROACH TO THE FORMATION OF MATHEMATICAL MODELS ELECTROTECHNICAL DEVICES

N.S. Savelov, I.S. Lebedev, V.V. Pavlov

Platov South-Russian State Polytechnical University (NPI), Novocherkassk

The synthesis of electrical circuits based on their combination is one of the most successful approaches to obtaining electrical devices with new characteristics and parameters. An effective way to reduce the computational cost of mathematical modeling of combined electrical circuits is to use the results of calculations performed previously for the source circuits involved in the combination. For linear and linearized electric circuits in direct or alternating current mode, this method is provided by using a new modification of the Gauss elimination method for solving systems of linear algebraic equations.

Keywords: synthesis of mathematical models, union of electrical circuits, reduction of computational costs.

Математическое моделирование электрических цепей является одной из важных задач разработки электротехнических устройств [1-5].

Обычно электротехническое устройство состоит из множества модулей, которые можно рассматривать как самостоятельные единицы. Таким образом, актуальной задачей математического моделирования электротехнических устройств является синтез таких подходов и методов, которые позволяли бы неоднократно объединять уже созданные математические модели.

Авторами был предложен метод [1] формирования математической модели объединяемой цепи, который основан на объединение уже ранее сформированных математических моделей. Применение уже сформированных моделей при математическом моделировании существенно упрощается при использовании новой модификации метода исключения Гаусса [6-19]. Эта модификация позволяет сохранить информацию о ранее выполненных математических преобразованиях, а также предельно сокращает вычислительные затраты на формирование объединённой математической модели [6-19].

Опишем предложенный алгоритм.

Рассмотрим задачу объединения двух электрических цепей, в режиме постоянного тока или в режиме переменного тока. Сделаем обозначения:



– $A1 \cdot x = b1, A2 \cdot x = b2, A3 \cdot x = b3$ – система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), сформированные по первому и второму законам Кирхгофа для исходных электрических цепей и объединенной цепи; $A1 \in C^{n1 \times n1}, A2 \in C^{n2 \times n2}, A3 \in C^{n3 \times n3}, b1 \in C^{n1}, b2 \in C^{n2}, b3 \in C^{n3}$; причём $n3 = n1 + n2 + 1$, что соответствует объединению общих точек исходных цепей и использованию одной новой, объединяющей ветви;

– $a1_i, a2_i, a3_i$ – i -тый столбец, соответственно, матрицы $A1, A2, A3$;

– $F1, F2$ – матрицы, сформированные при помощи нового метода исключения Гаусса [6-19], соответственно, для $A1$ и $A2$ в предположении, что все неизвестные являются искомыми и состоят из образующих строк [6-19], $F1 \in C^{n1 \times n1}, F2 \in C^{n2 \times n2}$;

– $F3$ – общее обозначение матрицы, дополнительной для матрицы $A3$, $F3 \in C^{n3 \times n3}$;

– $F3^m, f3_i^m$ – соответственно матрица, дополнительная для матрицы $A3$ и её i -ая строка после m -го преобразования, $m = \overline{0, n3}$.

Авторами была предложена [1] следующая структура матрицы $A3$ (рисунок 1).

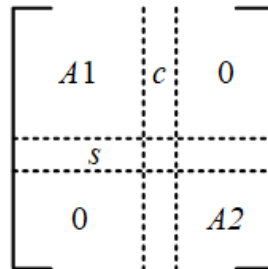


Рис. 1 – Структура матрицы $A3$

Через c и s обозначены, соответственно, столбец и строка, возникающие при включении в объединенную цепь новой ветви, причём строка s записывается по второму закону Кирхгофа, $c \in C^{n3}, s^T \in C^{n3}$.

Обратимся к задаче ускоренного формирования матрицы $F3$ на основе уже сформированных матриц $F1$ и $F2$:

1. На основе матрицы $F1$ и $F2$ формируется матрица $F3^0$, представленная на рисунке 2.

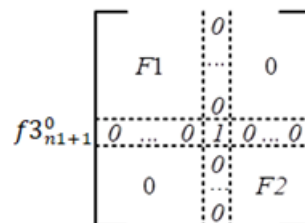


Рис. 2 – Структура матрицы $F3^0$

2. При поочередном обращении к первым $n1$ столбцам матрицы $A3$ выполняется преобразование строки $f3_{n1+1}^m$ матрицы $F3$ в соответствии с выражением: $f3_{n1+1}^{m+1} = f3_{n1+1}^m - (f3_{n1+1}^m a3_{m+1}) f3_{m+1}^0, m = \overline{0, n1 - 1}$. Можно показать, что $f3_{n1+1}^{n1} a3_i = 0, i = \overline{1, n1}$.

3. При поочередном обращении к последним $n2$ столбцам матрицы $A3$ выполняется преобразование строки $f3_{n1+1}^{n1}$ (сформированной в п.2) в соответствии



с выражением $f3_{n1+1}^{m+1} = f3_{n1+1}^m - (f3_{n1+1}^m a3_{m+2}) f3_{m+2}^0$, $m = \overline{n1, n1 + n2 - 1}$. Можно показать, что $f3_{n1+1}^{n1+n2} a3_i = 0$, $i = \overline{n1 + 2, n3}$.

4. Сформированная в п.3 строка $f3_{n1+1}^{n1+n2}$ преобразуется в образующую по отношению к столбцу с матрицы $A3$ в соответствии с выражением $f3_{n1+1,0} = (1/(f3_{n1+1}^{n1+n2} c)) f3_{n1+1}^{n1+n2}$, в предположении, что $f3_{n1+1}^{n1+n2} c \neq 0$ [1].

5. Преобразование каждой строки матрица $F3$, кроме строки $f3_{n1+1,0}$, в соответствии с выражением $f3_i^1 = f3_i^0 - (f3_i^0 c) f3_{n1+1,0}$, $i = \overline{1, n3}, i \neq n + 1$.

Можно заметить, что после выполнения описанного алгоритма $F3 = (A3)^{-1}$.

Описанный алгоритм многократно сокращает число арифметических операций, необходимых для получения матрицы $F3$ в сравнении с её формированием без использования ранее полученных результатов (с $O(n^3)$ до $O(n^2)$).

Рассмотрим пример объединения электрических цепей при использованные предложенного подхода.

Пусть необходимо объединить электронную схему усилителя на операционном усилителе, которая представлена на рисунке 3, и схему сумматора на операционном усилителе, которая представлена на рисунке 4, при условии, что математические модели для них уже сформированы.

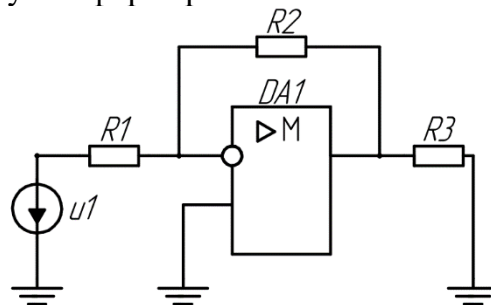


Рис. 3 – Схема усилителя на операционном усилителе

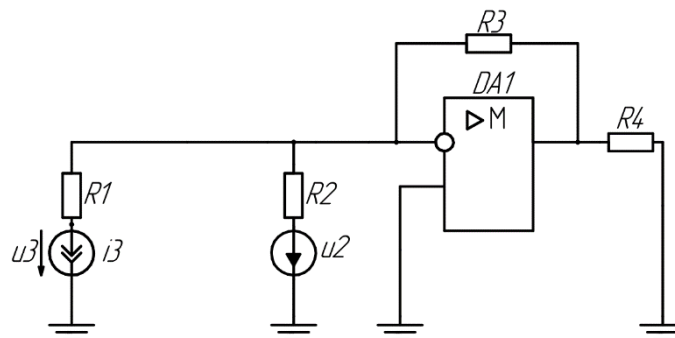


Рис. 4 – Схема сумматора на операционном усилителе

Сформируем математические модели на основе первого и второго закона Кирхгофа. Для моделирования операционного усилителя используем математическую модель первого уровня [20].

Эквивалентная схема усилителя представлена на рисунке 5.

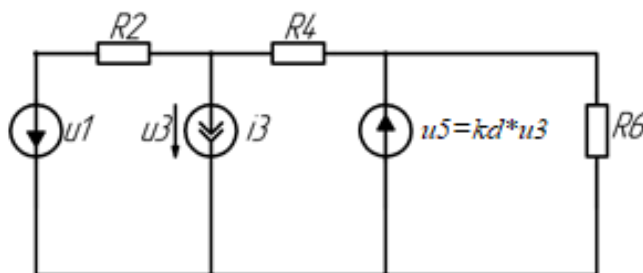


Рис. 5 – Эквивалентная схема усилителя на операционном усилителе

Через kd обозначен коэффициент усиления дифференциального сигнала. СЛАУ, описывающая первую схему, имеет следующий вид:

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & R2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 - kd & R4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & kd & 0 & 0 & R6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i1 \\ i2 \\ u3 \\ i4 \\ i5 \\ i6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ u1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Эквивалентная схема сумматора представлена на рисунке 6.

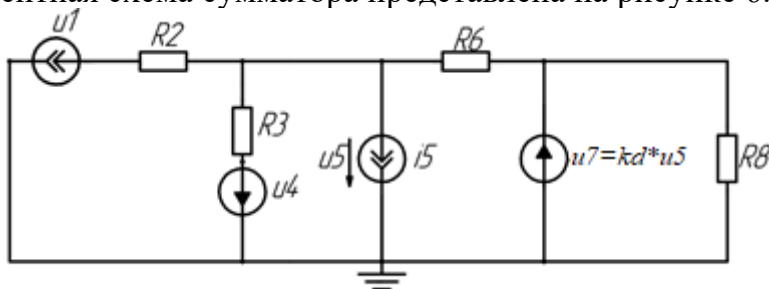


Рис. 6 – Эквивалентная схема сумматора на операционном усилителе

СЛАУ, описывающая вторую схему, имеет следующий вид:

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & -R2 & R3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -R3 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 - kd & -R6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & kd & 0 & 0 & -R8 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u1 \\ i2 \\ i3 \\ i4 \\ u5 \\ i6 \\ i7 \\ i8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -u4 \\ u4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Объединенная схема представлена на рисунке 7.

Объединенная эквивалентная схема представлена на рисунке 8.

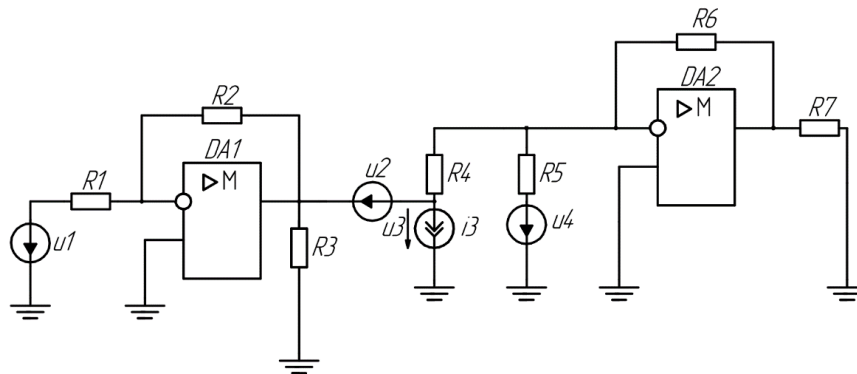


Рис. 7 – Объединенная схема

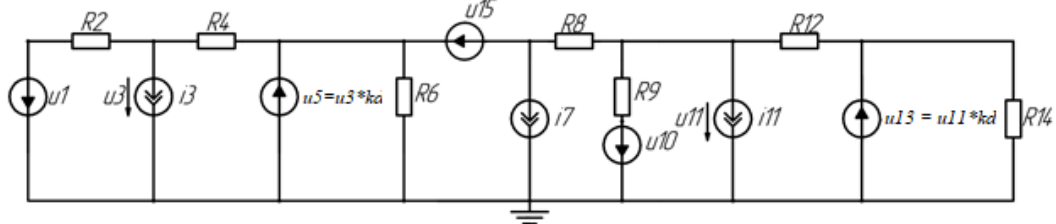


Рис. 8 – Объединенная эквивалентная схема

СЛАУ для объединенной схемы:

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 - kd & R4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & kd & 0 & 0 & R6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -R6 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -R2 & R3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -R3 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 - k & -R6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k & 0 & 0 & -R8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i1 \\ i2 \\ u3 \\ i4 \\ i5 \\ i6 \\ i15 \\ u7 \\ i8 \\ i9 \\ i10 \\ u11 \\ i12 \\ i13 \\ i14 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ u1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -u10 \\ u10 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Пусть $R2 = 1000 \text{ Ом}$, $R4 = 2000 \text{ Ом}$, $R6 = 10000 \text{ Ом}$, $R8 = 1000 \text{ Ом}$, $R9 = 1000 \text{ Ом}$, $R12 = 1000 \text{ Ом}$, $R14 = 10000 \text{ Ом}$, $u10 = \text{В}$, $kd = 200000$, $u1 = 5 \text{ В}$;
Решение СЛАУ представлено в таблице 1

Таблица 1

$i1, A$	0.00499995000074999	$i8, A$	-0.00999976500427493
$i2, A$	0.00499995000074999	$i9, A$	-0.00699991500202496
$u3, B$	4.99992500112498e-05	$i10, A$	-0.00699991500202496
$i4, A$	0.00499995000074999	$u11, A$	8.49979750416242e-05
$i5, A$	-0.00399983000329994	$i12, A$	-0.0169996800062999
$i6, A$	-0.000999985000224997	$i13, A$	0.0186996395071324
$i15, A$	-0.00999976500427493	$i14, A$	0.00169995950083248
$u7, B$	9.99985000224998	$i8, A$	-0.00999976500427493



Результаты математического моделирования контролировались с помощью программной системы MicroCap11, что подтвердило высокую точность расчётов.

Заключение. Предложенный подход позволяет эффективно использовать ранее сформированные математические модели электрических цепей, что существенно сокращает вычислительные затраты на формирование математических моделей объединённых электрических цепей.

Список цитируемой литературы

1. Савёлов Н.С., Лебедев И.С., Ускоренный анализ объединяемых электрических цепей в режиме переменного тока // Изв. вузов. Электромеханика. 2019. №3. С. 18 – 25.
2. Савёлов Н.С., Павлов В.В. Использование полных исходных систем уравнений для формирования математических моделей электрических цепей с целью контроля и диагностики // Вестник молодёжной науки России. 2019. № 2.
3. Буланович Д.И., Полуянович Н.К., Дубяго М.Н. Эквивалентные преобразования в задачах синтеза нелинейных резистивных преобразователей // Вестник молодёжной науки России. 2019. № 4.
4. Пахомин С.С., Семенченко И.Г. Моделирование системы управления электропривода на базе бесколлекторного двигателя постоянного тока // Вестник молодёжной науки России. 2019. № 3.
5. Алатар А.И., Михайлов А.А. Аппаратно-программный комплекс автоматического получения и обработки изображений // Вестник молодёжной науки России. 2019. № 2.
6. Савёлов Н.С., Лебедев И. С. К вопросу оценки погрешности повторных вычислений токов и напряжений в электрических цепях // Теория, методы и средства измерений, контроля и диагностики материалы 16-ой международной научно-практической конференции. Южно-российский государственный политехнический университет (НПИ) имени М.И. Платова. // 2015. С. 57-58.
7. Савёлов Н.С., Лебедев И. С., Гречаный С.А. Сокращение вычислительных затрат при параметрическом синтезе и диагностике сложных электромеханических систем // Теория, методы и средства измерений, контроля и диагностики материалы 17-ой международной научно-практической конференции. Южно-российский государственный политехнический университет (НПИ) имени М.И. Платова. // 2016. С. 44-49.
8. Савёлов Н.С., Лебедев И. С., Гречаный С.А. Новый подход к уточнению решения систем линейных алгебраических уравнений // Моделирование. Теория, методы и средства материалы 16-ой международной научно-практической конференции, посвященной 110-летию южно-российского государственного политехнического университета (НПИ) имени М. И. Платова. // 2016. С. 174-176.
9. Савёлов Н.С., Лебедев И. С., Гречаный С.А. К вопросу совершенствования алгоритмов математического моделирования электротехнических устройств // Компьютерные технологии в науке, производстве, социальных и экономических процессах материалы 16-ой международной научно-практической конференции, посвященной 110-летию южно-российского государственного политехнического университета (НПИ) имени М.И. Платова. // 2016. С. 30-34.
10. Савёлов Н.С., Гречаный С.А., Лебедев И.С. Программная реализация метода топологического анализа электрических цепей с изменяющейся топологией // Фундаментальные основы, теория, методы и средства измерений, контроля и диагностики материалы 18-ой международной молодёжной научно-практической конференции. // 2017. С. 160-164.
11. Савёлов Н.С., Лебедев И.С., Гречаный С.А. Эффективное выявление качественных изменений свойств электрических цепей // Фундаментальные основы, теория, методы и средства измерений, контроля и диагностики материалы 18-ой международной молодёжной научно-практической конференции. // 2017. С. 156-160.
12. Савёлов Н.С., Лебедев И.С., Гречаный С.А. Формирование и ускоренное переформирование математических моделей динамических объектов в форме уравнений состояния // Моделирование. Фундаментальные исследования, теория, методы и средства материалы 17-ой международной молодёжной научно-практической конференции. 2017. С. 15-20.



13. Савёлов Н.С., Гречаный С.А., Лебедев И.С. К вопросу о применении метода топологического анализа электрических цепей с изменяющейся топологией моделирование. // Фундаментальные исследования, теория, методы и средства материалы 17-ой международной молодежной научно-практической конференции. // 2017. С. 20-25.
14. Савёлов Н.С., Лебедев И.С., Гречаный С.А. О применении метода параметрического синтеза для расчёта эквивалентных тепловых схем // Фундаментальные исследования, методы и алгоритмы прикладной математики в технике, медицине и экономике материалы 16-ой международной молодежной научно-практической конференции. // 2017. С. 127-131.
15. Савёлов Н.С., Гречаный С.А., Лебедев И.С. Программная реализация метода расчета частотных характеристик электрических цепей // Фундаментальные исследования, методы и алгоритмы прикладной математики в технике, медицине и экономике материалы 16-ой международной молодежной научно-практической конференции. // 2017. С. 135-137.
16. Савёлов Н.С., Лебедев И.С., Гречаный С.А. Программная реализация метода параметрического синтеза для расчёта эквивалентных тепловых схем // Фундаментальные исследования, методы проектирования, программно-техническая платформа корпоративных информационных систем материалы 15-ой национальной молодежной научно-практической конференции. // 2017. С. 310-313.
17. Савёлов Н.С., Лебедев И.С., Гречаный С.А. Эффективное формирование символьных и частично символьных функций электрических цепей // Фундаментальные основы, теория, методы и средства измерений, контроля и диагностики материалы 19-ой международной молодежной научно-практической конференции. // 2018. С. 194-200.
18. Савёлов Н.С., Гречаный С.А., Лебедев И.С. Новый подход к топологическому анализу при структурных изменениях электрических цепей // Моделирование. Фундаментальные исследования, теория, методы и средства материалы 18-ой национальной молодежной научно-практической конференции. // 2018. С. 370-376.
19. Савёлов Н.С., Лебедев И.С. Коррекция переменных состояния при исследовании динамических объектов // Фундаментальные исследования, методы и алгоритмы прикладной математики в технике, медицине и экономике материалы 17-ой международной молодежной научно-практической конференции. // 2018. С. 9-12.
20. Амелина М.А., Амелин С.А. Программа схемотехнического моделирования Micro-Cap. Версия 9, 10. Смоленск, Смоленский филиал НИУ МЭИ, 2013. – 618 с.