



УДК 62-50

КВАЗИОПТИМАЛЬНЫЙ СИНТЕЗ МНОГОРЕЖИМНЫХ СИСТЕМ СИНХРОНИЗАЦИИ НА ОСНОВЕ УСЛОВИЯ МАКСИМУМА ОБОЩЕН- НОЙ МОЩНОСТИ

*А.А. Костоглотов, С.В. Лазоренко, З.В. Лященко, А.А. Егорова, kosto-
glotov@me.com, rh3311@mail.ru, hrustyaz@mail.ru, annstas@icloud.com*

Донской государственный технический университет (ДГТУ), г. Ростов-на-Дону
Ростовский университет путей сообщения (РГУПС), г. Ростов-на-Дону

Системы фазовой автоподстройки частоты получили широкое распространение в связи с развитием радиотехники и электросвязи. Их проектирование часто сводится к выбору такой системы и ее параметров при заданных требованиях и условиях применения, чтобы она наилучшим образом удовлетворяла предъявляемым требованиям. При их построении основное внимание уделяют решению проблемы определения условий устойчивости требуемого режима, а также качественных характеристик процесса его установления. Проведенные исследования показывают, что задачу синтеза квазиоптимальной многорежимной системы синхронизации целесообразно решать с использованием объединенного принципа максимума, что демонстрируется результатами математического моделирования. Работа подготовлена при поддержке гранта РФФИ N 19-01-00151.

Ключевые слова: метод адаптации управления, метод теории нечеткого управления, синтез нелинейного многорежимного закона управления.

QUASI-OPTIMAL SYNTHESIS OF MULTI-MODE SYNCHRONIZATION SYSTEMS BASED ON THE CONDITION OF THE MAXIMUM OF GENERAL POWER

A.A. Kostoglotov, S.V. Lazorenko, Z.V. Lyashchenko, A.A. Egorova

Don State Technical University (DSTU), Rostov-on-Don
Rostov State Transport University(RSTU), Rostov-on-Don

Phase locked loop systems are widely used in connection with the development of radio engineering and telecommunications. Their design is often reduced to the choice of such a system and its parameters under given requirements and conditions of use, so that it best meets the requirements. In their construction, the main attention is paid to solving the problem of determining the conditions of stability of the required mode, as well as the qualitative characteristics of its establishment process. Studies show that the synthesis of a quasi-optimal multi-mode synchronization system is advisable to solve using the combined maximum principle, which is demonstrated by the results of mathematical modeling. The work was prepared with the support of the RFBR grant N 19-01-00151.

Keywords: method of control adaptation, method of fuzzy control theory, synthesis of nonlinear multimode control law.

Введение. Современные объекты регулирования характеризуются нелинейными математическими моделями и совокупностью режимов функционирования. Это послужило толчком к применению на практике различных экспериментально обоснованных решений и развитию методов адаптации управлений. Тем не менее, задача синтеза многорежимных управлений нелинейными динамическими системами в общей постановке остается не разрешенной, а каждое решение из множества известных в настоящее время характеризуется своими достоинствами и недостатками [1]. Необходимо отметить, что в настоящее время все больше внимания уделяется таким вопросам. Это обусловлено необходимостью решения таких актуальных задач, как прицель-



ное торможение, разгон транспортных средств, наведение систем вооружения, летательных аппаратов, стыковка космических аппаратов, управление манипуляторами, демпфирование колебаний и т.д.

Традиционные законы управления их модификации линейны и ориентированы на линейные системы, «они предназначены для стабилизации только одного движения и для объекта с неизменной динамикой, т.е. не являются многорежимными» [2]. Многорежимность функционирования динамических систем с их использованием традиционно обеспечивается за счет применения методов теории нечеткого управления и искусственных нейронных сетей [3].

Среди принципов управления, которые позволяют эффективно управлять объектом, широкое распространение получили релейные управления [4]. Это связано с тем, что именно такие решения являются оптимальными, но возникающий чаттеринг-режим сопряжен большими энергетическими затратами на управление в скользящем режиме [2, 4]. Один из распространенных методов разрешения такой ситуации состоит в использовании функций насыщения, однако он не имеет фундаментального обоснования [5].

Использование принципов нелинейной коррекции в отличие от линейной, как правило, обеспечивает подъем фазовой характеристики системы без существенного изменения амплитудной характеристики. Как показано в [6] объединенный принцип максимума может применяться при решении задачи синтеза нелинейных многорежимных законов управления нелинейными динамическими системами. Тогда исследования определяются задачами выбора принципа построения многорежимного управления [7], построения поверхности переключения и оценки эффективности полученного решения.

Цель работы – синтез нелинейного многорежимного закона управления с использованием объединенного принципа максимума и анализ его эффективности на основе математического моделирования.

1. Постановка задачи. Рассматривается голономная управляемая динамическая система, интеграл действия которой имеет вид

$$S = \int_{t_0}^{t_k} (T + A) dt, \quad (1)$$

где

$$T = \frac{1}{2} \sum_{s,k=1}^n a_{sk}(\mathbf{q}, t) \dot{q}_s \dot{q}_k \quad (2)$$

– кинетическая энергия, $a_{sk}(\mathbf{q}, t)$ – коэффициенты инерции; $\mathbf{q} = [q_1, \dots, q_n]^T \in R^n$ –

вектор обобщенных координат; $A = \sum_{s=1}^n \int_{q_s(t_0)}^{q_s(t_k)} Q_s dq_s$ – работа обобщенных сил.

$\mathbf{Q} = [Q_1(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t), \dots, Q_n(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)]^T$; $n = \dim \mathbf{q}$ – число степеней свободы динамической системы; T – знак транспонирования; точкой обозначена производная по времени; $[t_0, t_k] \subset R$ – заданный интервал времени.



В соответствии с принципом Гамильтона – Остроградского при движении системы из начального состояния $t = t_0, \mathbf{q}(t_0) = [q_{10}, \dots, q_{n0}]^T, \dot{\mathbf{q}}(t_0) = [\dot{q}_{10}, \dots, \dot{q}_{n0}]^T$ в конечное состояние $t = t_k, \mathbf{q}(t_k) = [q_{1k}, \dots, q_{nk}]^T, \dot{\mathbf{q}}(t_k) = [\dot{q}_{1k}, \dots, \dot{q}_{nk}]^T$ под действием обобщенных сил на истинной траектории для интеграла действия (1) справедлив принцип стационарности [4]

$$\delta' S = \int_{t_0}^{t_k} (\delta T + \delta' A) dt = 0, \quad (3)$$

где $\delta' A = \sum_{s=1}^n Q_s \delta q_s$ – элементарная работа на виртуальных перемещениях, а знак δ' обозначает бесконечно малую величину.

Из (3) следуют уравнения Лагранжа второго рода

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_s} = Q_s, \quad s = \overline{1, n}. \quad (4)$$

Задача синтеза многорежимного управления ставится как обратная задача динамики: среди допустимых обобщенных сил $\mathbf{Q} \in \bar{G}_u = \bigcup_{s=1}^m M_s$ требуется найти такие, что целевой функционал

$$I(\mathbf{q}) = \int_{t_0}^{t_1} F(\mathbf{q}) dt \quad (5)$$

принимает наименьшее возможное значение; здесь $F(\mathbf{q})$ – непрерывная вместе со своими частными производными определенно-положительная функция, $\bar{G}_u$ – замкнутое множество допустимых обобщенных сил, структура которого определяется совокупностью $\bigcup_{s=1}^m M_s$, где M_s – множества режимов функционирования m .

2. Условие максимума функции обобщенной мощности. Решение поставленной задачи может быть найдено на основе исследования расширенного целевого функционала [2]

$$I_1(\mathbf{q}, \mathbf{Q}) = I(\mathbf{q}) + \lambda S(\mathbf{Q}), \quad (6)$$

где λ – множитель Лагранжа.

Пусть существует вектор обобщенных сил $\tilde{\mathbf{Q}} \in \bar{G}$ и соответствующая ему траектория $\tilde{\mathbf{q}}$, доставляющие минимум (5). Вариация обобщенной силы приводит к вектору $\mathbf{Q} = \tilde{\mathbf{Q}} + \delta \mathbf{Q}$, которому соответствует движение по окольному пути; здесь $\delta \mathbf{Q}$ – такая вариация, что $\mathbf{Q} \in \bar{G}_u$. Тогда справедливо неравенство

$$I_1(\mathbf{q}, \mathbf{Q}) - I_1(\tilde{\mathbf{q}}, \tilde{\mathbf{Q}}) \geq 0, \quad \forall \mathbf{Q} \neq \tilde{\mathbf{Q}}. \quad (7)$$

Исследование (7) приводит к неравенству

$$\sum_{s=1}^n [\lambda \tilde{Q}_s + \tilde{V}_s] \tilde{q}_s \geq \sum_{s=1}^n [\lambda Q_s + V_s] \dot{q}_s, \quad (8)$$



где $V_s = \frac{\partial F}{\partial q_s}$ – фиктивные обобщенные силы.

Тогда для достижения экстремума (5) необходимо, чтобы функция обобщенной мощности

$$\Phi = \sum_{s=1}^n [\lambda Q_s + V_s] \dot{q}_s \quad (9)$$

достигала максимума [6]

$$\max_{\mathbf{Q} \in \bar{G}_u} \Phi = \max_{\mathbf{Q} \in \bar{G}_u} \sum_{s=1}^n [\lambda Q_s + V_s] \dot{q}_s. \quad (10)$$

Условие (10) позволяют получить решение задачи синтеза.

3. Построение кривой переключения. Из условия максимума функции обобщенной мощности (10) следует, что на множестве релейных и непрерывных функций кривая переключения определяется с точностью до синтезирующей функции $\mu_s(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ уравнением

$$\mu_s(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{q}_s - V_s = 0. \quad (11)$$

Для построения синтезирующей функции в [6] предложен метод фазовых траекторий. В соответствии с принципом декомпозиции каждое из n уравнений Лагранжа второго рода представляется так:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} - \frac{\partial T}{\partial q_s} = Q'_s + \lambda^{-1} [\mu_s \dot{q}_s - V_s], \quad (12)$$

где Q'_s – составляющая обобщенной силы, не зависящая от управления. Уравнения Лагранжа принимают следующий вид

$$\frac{dp_s}{dt} - \frac{\partial}{\partial q_s} (T + A) = \lambda^{-1} [\mu_s \dot{q}_s - V_s], \quad s = \overline{1, n}, \quad (13)$$

или

$$\lambda \frac{dp_s}{dt} - \frac{\partial}{\partial q_s} [\lambda (T + A) - F] = \mu_s \dot{q}_s, \quad (14)$$

где p_s – обобщенный импульс.

В точке стыка на линии переключения выполняются условия трансверсальности

$$\lambda (T + A) - F = 0. \quad (15)$$

Учитывая (15) запишем (14) так

$$\lambda \frac{dp_s}{dt} - 2\lambda \frac{\partial A}{\partial q_s} = \mu_s \dot{q}_s. \quad (16)$$

На линии переключения должен выполняться закон изменения количества движения. Чтобы это состоялось, необходимо, например, в (16) положить

$$\mu \dot{q}_s = -\lambda \frac{dp_s}{dt}, \quad (17)$$

Следуя разработанному методу, заменим в (17) производную по времени производной по обобщенной координате по способу Уиттекера. Получим



$$\mu_s = -\lambda \frac{dp_s}{dq_s}. \quad (18)$$

Тогда в соответствии с (2) значение синтезирующей функции определяется уравнением

$$\mu_s = -\lambda \left[\frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \left[a_{sk}(\mathbf{q}, t) \frac{d\dot{q}_k}{dq_s} + \dot{q}_k \frac{da_{sk}(\mathbf{q}, t)}{dq_s} \right] \right]. \quad (19)$$

3. Синтез многорежимного управления на основе объединенного принципа максимума. Исследуется динамическая система (4), где $n=1$, $T = \frac{1}{2}\dot{q}^2$, $Q = \alpha \sin(q) + u$, $\alpha = 3$. Соответствующее уравнение Лагранжа имеет вид [3 – 7]:

$$\begin{aligned} \ddot{q} &= \alpha \sin(q) + u, \\ q(0) &= 1, \dot{q}(0) = 1, \end{aligned} \quad (20)$$

где α – коэффициент.

Требуется синтезировать из условия минимума функционала

$$J_1 = \int_0^{t_k} \frac{1}{2} q^2 dt \rightarrow \min, \quad (21)$$

многорежимное управление $u_s \in \bar{G}_u = \bigcup_{s=1}^2 M_s$, переводящие динамическую систему (20) из начального состояния (1,1) в конечное (0,0) и обеспечивающие два режима функционирования:

- предельный, где управление выбирается на границе множества $\bar{G}_u$ из релейных функций на множестве M_1 , $|u_1| \leq \alpha$;
- рабочий, где допустимое управление выбирается внутри множества $\bar{G}_u$ из множества непрерывных функций M_2 .

В зависимости от положения на фазовой плоскости многорежимное управление представляет собой либо набор допустимых управлений, следующих друг за другом, либо вырождается в непрерывное управление [5]

$$\bigcup_{s=1}^2 u_s = \{u_1 \in [t_0, t_1) \wedge u_2 \in (t_1, t_k]\} \vee u_2 \in [t_0, t_k], \quad (22)$$

где $t_1 \in [t_0, t_k)$.

В соответствии с (21) синтезирующая функция (20) принимает вид

$$\mu_s = -\lambda \left| \frac{d\dot{q}_s}{dq_s} \right|. \quad (23)$$

Как показано в [7] при расчетах дифференциальное соотношение (23) можно заменить

$$\mu_s = -\lambda \left| \frac{\dot{q}_s}{L_s q_s + \varepsilon} \right|, \quad (24)$$



где L_s, ε – коэффициенты.

Из условия максимума функции обобщенной мощности (10) в соответствии с (24) для предельного режима функционирования [8] имеем

$$u_1(q, \dot{q}) = |u_1| \operatorname{sign} \left(-\frac{|\dot{q}| \dot{q}}{L|q| + \varepsilon} - \lambda^{-1} q \right). \quad (25)$$

Использование той же синтезирующей функции для рабочего режима функционирования [8] позволяет получить

$$u_2(q, \dot{q}) = -\frac{|\dot{q}| \dot{q}}{L|q| + \varepsilon} - \lambda^{-1} q. \quad (26)$$

Анализ эффективности синтезированного с использованием объединенного принципа максимума многорежимного управления проведен на основе математического моделирования путем сравнения с пропорционально-дифференциальным законом управления

$$u_{pd}(q, \dot{q}) = k_1 \dot{q} + k_2 q, \quad (27)$$

где k_1, k_2 – коэффициенты.

Итоги исследований приведены на рисунках 1–2. На них результаты расчетов, полученные на основе многорежимного управления, обозначены сплошной линией. Пунктирной линией обозначены результаты расчетов, полученные с использованием пропорционально-дифференциального закона управления. Точками обозначены результаты расчетов, полученные с использованием релейного управления объединенного принципа максимума. Новое многорежимное управление обеспечивает выигрыш по показателю качества (21) в 46% и по времени достижения терминального состояния 60,9%.

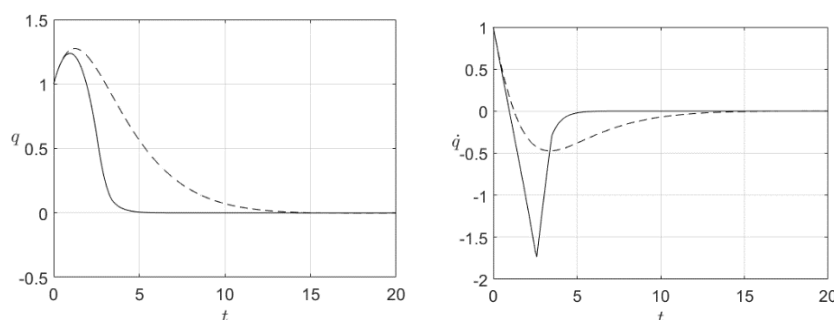


Рис. 1. Динамика системы

Заключение. Синтезированный с использованием объединенного принципа максимума многорежимный закон управления в сравнении с пропорционально-дифференциальным законом управления позволяет обеспечить повышение эффективности управления нелинейным объектом с исключением чаттеринг-режима.

Дальнейшее развитие исследований в этом направлении связано с интеллектуализацией режимов функционирования, например, с применением методов нечеткой логики. Это позволит исключить неопределённость разбиения области фазового пространства.

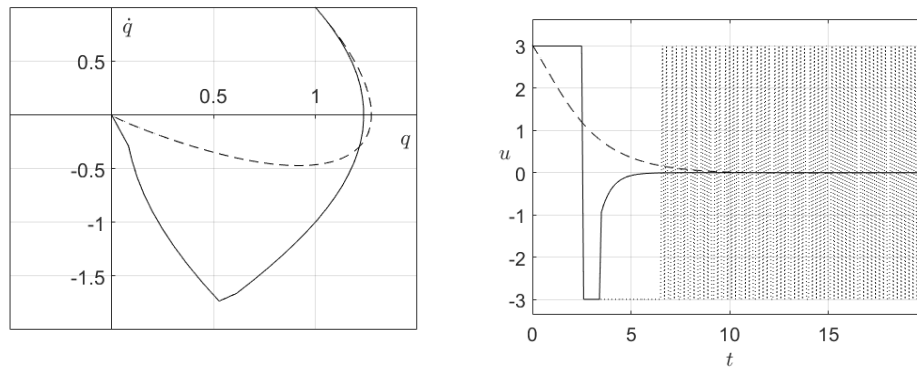


Рис. 2. Фазовый портрет и законы управления

Работа выполнена по грантам РФФИ № 18-01-00385 А, № 18-08-01494 А.

Список цитируемой литературы

1. Костоглолов А.А., Андрашитов Д.С., Дмитренко Г.Н., Лазаренко С.В. сравнение оптимальных управлений полученных на основе объединённого принципа максимума и принципа максимума Л.С. Понтрягина // Измерительная техника. 2001. № 1.
2. Дерябкин И.В., Костоглолов А.А., Лазаренко С.В., Чеботарев А.В., Ценных Б.М. Метод идентификации параметров динамических систем на основе совмещенного с физическими принципами синтеза // Нелинейный мир. 2012. Т. 10. № 11. С. 801-809.
3. Костоглолов А.А., Лазаренко С.В. Синтез адаптивных систем сопровождения на основе гипотезы о стационарности гамильтониана гиперповерхности переключения // Радиотехника и электроника. 2017. Т. 62. № 2. С. 121-125.
4. Костоглолов А.А., Дерюшев В.В., Костоглолов А.И. Идентификация параметров динамических систем на основе объединенного принципа максимума // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Серия: Естественные науки. 2004. № S2. С. 13-18.
5. Костоглолов А.А., Кузнецов А.А. Синтез интеллектуальной измерительной процедуры на основе метода минимальных ошибок // Измерительная техника. 2005. № 7. С. 8-13.
6. Костоглолов А.А., Лазаренко С.В., Кузнецов А.А., Дерябкин И.В., Лосев В.А. структурный синтез дискретных адаптивных следящих систем на основе объединенного принципа максимума // Вестник Донского государственного технического университета. 2017. Т. 17. № 1 (88). С. 105-112.
7. Костоглолов А.А., Лазаренко С.В., Пугачев И.В., Чеботарев А.В. Синтез оптимальной по быстродействию системы фазовой автоподстройки частоты на основе объединённого принципа максимума // В сборнике: Актуальные вопросы современной техники и технологии Сборник трудов конференции. 2013. С. 84-87.
8. Костоглолов А.А., Лященко З.В., Лазаренко С.В. синтез управления с адаптацией к неконтролируемым воздействиям в неустойчивом состоянии // Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения. 2016. № 1 (61). С. 66-71.