



УДК 621.3

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЦИФРО-АНАЛОГОВОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ СИНУСОИДАЛЬНОГО СИГНАЛА

К.Ю. Соломенцев, И.В. Хоружий, А.А. Ховпачев, Е.В. Шилин

Южно-российский государственный политехнический университет (НПИ)
имени М.И.Платова, Г. Новочеркасск

В статье рассмотрены проблемы, возникающие при формировании синусоидального сигнала с помощью цифро-аналогового преобразователя (ЦАП). Показано, что при произвольном выборе частоты дискретизации, ЦАП может использоваться неэффективно. Приведены соотношения, позволяющие при известном числе разрядов ЦАПа выбрать частоту дискретизации.

Ключевые слова: цифро-аналоговый преобразователь, синусоидальный сигнал, частота дискретизации.

THE USE OF DIGITAL-TO-ANALOG CONVERTER FOR THE GENERATION OF A SINE WAVE

K. Yu. Solomentsev, I. V. Horuzhy, A. A. Khovpachev, E. V. Shilin

South-Russian state Polytechnic University (NPI) named after M. I. Platov, Novocherkassk

The article deals with the problems that arise when generating a sine wave using a digital-to-analog converter (DAC). It is shown that with an arbitrary selection of the sampling frequency, the DAC can be used inefficiently. The equations allowing to choose the sampling frequency for a known number of DAC bits are given

Keywords: digital-to-analog converter, sine wave, sampling rate

Введение

Современные электронные средства позволяют создавать аналоговые сигналы цифровыми методами. При этом повышается точность и стабильность сигнала, что необходимо для различных приложений [1,2]. Аналоговый способ формирования синусоидального сигнала предполагает работу схемы на границе устойчивости, причём необходимо удерживать её в этом состоянии с помощью системы автоматического регулирования амплитуды. В настоящее время для формирования синусоиды достаточно просто использовать микроконтроллер и ЦАП. Тем не менее, при реализации возникает ряд требующих решения вопросов.

Используемые переменные

x — аргумент синусоидальной функции, в радианах;

y — значение синусоидальной функции, $y = \sin(x)$;

i — номер шага или номер передаваемого на ЦАП кода;

n — число разрядов ЦАПа;

N — общее количество шагов дискретизации за период;

$f_{\text{дис}}$ — частота дискретизации.

Выбор частоты дискретизации

Для формирования синусоиды необходимо заранее рассчитать и разместить в памяти контроллера ряд значений, соответствующих синусоидальной форме сигнала, затем периодически передавать их на ЦАП. От количества этих значений в периоде формируемой синусоиды зависит её качество. При этом на теорему Котельникова ориентироваться не нужно, так как в соответствии с ней частота дискретизации $f_{\text{дис}}$ должна быть не менее чем в 2 раза выше частоты синусоидального сигнала. Для высококачественной синусоиды нужно выбирать значительно более



высокую частоту дискретизации $f_{\text{диск}}$, так как чем меньше шаг дискретизации, тем ближе выходной сигнал к идеальной синусоиде.

Покажем на конкретном примере, что произвольно выбранное значение частоты дискретизации $f_{\text{диск}}$ может оказаться ошибочным. Пусть частота формируемого синусоидального сигнала $f = 1$ Гц, и частота дискретизации $f_{\text{диск}} = 1000$ Гц. Пусть ЦАП имеет $n = 12$ двоичных разрядов, т.е. его входное напряжение может принимать $2^n = 4096$ значений, где 0-2047 соответствуют отрицательным значениям напряжения, 2048 соответствует нулю, 2049-4095 соответствуют положительным значениям. Рассмотрим, какие значения y_i будут получены при выборе частоты дискретизации в $N = 1000$. Получим:

$$y_i = 2048 + 2047 * \sin\left(\frac{2\pi i}{N}\right).$$

Отсюда значения $y_0 = 2048$; $y_1 = 2061$; $y_2 = 2074$; $y_3 = 2087$...

Анализируя эти значения можно сделать вывод, что 12-разрядный ЦАП используется неэффективно, то есть промежуточные значения пропускаются. Увеличение частоты дискретизации $f_{\text{диск}}$ в такой ситуации улучшит качество выходного сигнала.

Предлагается следующий подход к выбору частоты дискретизации. На тех участках синусоиды, где её производная максимальна, то есть вблизи значений 0, π , 2π , на каждом следующем шаге значение кода y_i , передаваемого на ЦАП, должно изменяться на единицу. Так как частота дискретизации сохраняется постоянной на всём периоде, в участках синусоиды, где производная приближается к нулю, будут избыточно передаваться одни и те же значения. Тем не менее, такой подход максимизирует использование доступных выходных значений ЦАПа и определяет максимальную необходимую частоту дискретизации.

Рассмотрим, как математически определить требуемую частоту дискретизации. Как известно из математики [3],

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1, \quad (1)$$

где x выражено в радианах.

Если известно число разрядов ЦАПа n , то можно вычислить шаг дискретизации по уровню Δy :

$$\Delta y = (y_{\text{max}} - y_{\text{min}}) / 2^n.$$

Для синусоиды $y_{\text{max}} = 1$, $y_{\text{min}} = -1$, следовательно

$$\Delta y = (1 - (-1)) / 2^n = \Delta y = 1 / 2^{n-1}.$$

Исходя из выражения (1) можно заключить, что шаг дискретизации по уровню Δy эквивалентен шагу дискретизации по времени Δx .

Количество шагов дискретизации N за период 2π определяется следующим образом:

$$N = \frac{2\pi}{\Delta x} = 2\pi * 2^{n-1} = \pi * 2^n.$$

При известной частоте f синусоидального сигнала частота дискретизации определяется как

$$f_{\text{диск}} = f * N = f * \pi * 2^n. \quad (2)$$



Рассмотрим численный пример. Пусть частота синусоидального сигнала $f = 1$ Гц и разрядность ЦАП $n = 12$. В таком случае из (2):

$$f_{\text{disc}} = 1 * \pi * 2^{12} = 12867.963 \text{ Гц}.$$

Округляя до ближайшего целого числа, получаем 12868 и период дискретизации

$$T = \frac{1}{f_{\text{disc}}} = \frac{1}{12868} = 0.0000777121 \text{ 5...c}.$$

С таким периодом неудобно работать, поэтому предлагается округлить частоту дискретизации до ближайших крупных круглых чисел, в данном случае до $N = 10000$. При этом для создания значений y_i получаем

$$y_i = 2048 + 2047 * \sin\left(\frac{2\pi i}{10000}\right), \quad i = 0, 1..9999.$$

Отсюда значения $y_0 = 2048$; $y_1 = 2049$; $y_2 = 2050$; $y_3 = 2051...$

Следует обратить внимание, что для хранения 10000 значений требуется около 20 Кбайт памяти. Для сравнения, в распространённом микроконтроллере STM32F103C8 имеется 20 Кбайт ОЗУ и 64 Кбайт ПЗУ.

Если применить несложный алгоритм, можно сократить объём требуемой памяти в 4 раза. Для этого нужно составить таблицу y_i в диапазоне аргумента от 0 до $\pi/2$. В процессе работы значения, соответствующие аргументу от $\pi/2$ до π , будут выбираться из той же таблицы, но в обратном порядке. При формировании значений в диапазоне от π до 2π можно вычислять коды, используя одну операцию вычитания.

Список цитируемой литературы

1. С.А. Давиденко, С.А. Гладких, А.М. Ланкин Устройство измерения параметров электротехнических изделий // Электронный научный журнал «Вестник молодёжной науки России», №5, 2020, С.3.
2. А.М. Ланкин Анализ методов контроля функционального состояния высоковольтных электромагнитных выключателей // Электронный научный журнал «Вестник молодёжной науки России», №6, 2019. С 17. – Режим доступа: https://07992ba4-dcc8-4e97-a627-2ff245129607.filesusr.com/ugd/96814c_478e8ce4d13549e891e8ecb579919bc3.pdf (Дата обращения 25.06.2020).
3. Геворкян П.С. Высшая математика. Основы математического анализа: учебник для вузов. – ФИЗМАТЛИТ, 2011. – 240 с.